

Задачи к вебинару 16.11.2025

Подготовительные задачи**Задание 1**

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$5x - 17a = 21 - 5ax$$

имеет корень, больший 3.

Задание 2

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(4 - a^2)x^2 + 2ax + 3 = 0$$

имеет единственное решение.

Задание 3

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^3 - (a - 3)x^2 - 3ax = 0$$

имеет ровно два различных решения.

Задание 4

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество решений неравенства

$$x^2 + (3a - 1)x - 4a^2 + 6a - 2 \leq 0$$

образуют отрезок числовой прямой длины больше 5.

Задание 5

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{(a - 7)x^2 + 5x - 2}{x + 1} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

Задание 6

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{16x^2 - a^2}{x^2 + 6x + 9 - a^2} = 0$$

имеет ровно два различных решения.



Аналитика

Задание 1

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 + 2x^2 - 8a^2} = \sqrt{x^4 - 6ax}$$

имеет единственное решение.

Задание 2

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - 9x^2 + 36a^2} = x^2 + 3x - 6a$$

имеет ровно три различных решения.

Задание 3

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x - a} \cdot \cos x = \sqrt{x - a}$$

на отрезке $[-\pi; \pi]$ имеет ровно один корень.

Задание 4

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{a - y^2} = \sqrt{a - x^2}, \\ x^2 + y^2 = 2x + 4y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Задание 5

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 + 2ax + (a + 2)y + 1 = 0, \\ xy + 1 = x + y \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.



Плоскость xOa

Задание 1

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 + 3x - a)^2 = 2x^4 + 2(3x - a)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 2]$.

Задание 2

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x + y = a, \\ |y| = |x^2 - 2x| \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Задание 3

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 + x - 7a = |7x + a|$$

имеет более двух различных корней.

Плоскость xOy

Задание 1

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 3x - y - 6)\sqrt{x+2}}{\sqrt{6-x}} = 0, \\ x + y - a = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Задание 2

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$4(ax - x^2) + \frac{1}{ax - x^2} + 4 = 0$$

имеет ровно два различных корня на промежутке $[-1; 1)$.

Задание 3

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\left| \frac{5}{x} - 4 \right| = ax - 1$$

на промежутке $(0; +\infty)$ имеет более двух различных корней.

Расстояние от точки до прямой

Задание 1

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - 3a + 1)^2 + (y + 2a)^2 = a - 1, \\ 4x + 3y = a + 1 \end{cases}$$

имеет более одного решения.

Задание 2

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x + ay - 5)(x + ay - 5a) = 0 \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

Задание 3

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 4x) \cdot \sqrt{2x + y + 6} = 0, \\ y = ax - 2a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Аналитика |v| 2

Задание 1

Найдите все значения параметра α , при каждом из которых уравнение

$$x^4 \sin \alpha + 2x^2 \cos \alpha + \sin \alpha = 0$$

имеет ровно два различных решения.

Задание 2

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 + 5 \left(x + \frac{1}{x} \right) - 9a + 15 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

Задание 3

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(5x + |x - a^2| - 4|x + 1| - a^2)^2 + (a + 2)(5x + |x - a^2| - 4|x + 1| - a^2) + 1 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

Параметр 3 методами

Задание 1

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - 5x - y + 3) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0, \\ y = 3x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Функциональные методы

Задание 1

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{7 \cos(8x + 9) + 16} = 8a - a^2 - 13$$

имеет хотя бы один корень.

Задание 2

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(4a^2 - 17a + 4)^8 + (4^{x^2-x} - 4a)^6 = 0$$

имеет хотя бы один корень.

Задание 3

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любое решение уравнения

$$4\sqrt[3]{3,5x - 2,5} + 3\log_2(3x - 1) + 2a = 0$$

принадлежит отрезку $[1; 3]$.

Задание 4

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sin^{14} x + (a - 3 \sin x)^7 + \sin^2 x + a = 3 \sin x$$

имеет хотя бы одно решение.

Задание 5

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{a^2 + x^2} = \cos 2x + a^2 + 2a - 1$$

имеет единственное решение.



ОТВЕТЫ

Подготовительные задачи

- $a \in (-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$
- $a = \pm 2, a = \pm\sqrt{3}$
- $a = -3, a = 0$
- $a \in (-\infty; -0,4) \cup (1,6; +\infty)$
- $a \in (\frac{31}{8}; 7) \cup (7; 14) \cup (14; \infty)$
- $a \in (-\infty; -4) \cup \left(-4; -\frac{12}{5}\right) \cup \left(-\frac{12}{5}; 0\right) \cup \left(0; \frac{12}{5}\right) \cup \left(\frac{12}{5}; 4\right) \cup (4; +\infty)$

Аналитика

- $a \in (-\sqrt{6}; \sqrt{6})$
- $a \in (-\infty; -\frac{3}{2}) \cup (-\frac{3}{2}; 0)$
- $a \in (-\infty; -\pi) \cup [0; \pi]$
- $a \in [1; 9)$
- $a \in \left(-\frac{2}{\sqrt{11}}; -\frac{3}{5}\right) \cup \left(-\frac{3}{5}; 0\right)$

Плоскость xOa

- $a \in [0; 2) \cup \left\{\frac{9}{4}\right\}$
- $a \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{9}{4}; +\infty\right)$
- $a \in [-1; 0] \cup [7; 8]$

Плоскость xOy

- $a \in (-6; 1] \cup \{8\} \cup [9; 10)$
- $a \in [-0,5; 0,5)$
- $a \in \left(\frac{4}{5}; \frac{5}{4}\right)$

Расстояние от точки до прямой

- $a \in (1; 2)$
- $a \in \left(-\frac{4}{3}; -\frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4}; 1\right) \cup \left(1; \frac{4}{3}\right)$
- $a \in \left[-\frac{3}{14}; \frac{1}{2}\right] \cup \left\{-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right\}$.

Аналитика lvl 2

1. $\alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
2. $a \in \left\{0; \frac{5}{6}\right\} \cup (1; 5)$
3. $a \in \{-1\}$

Параметр 3 методами

1. $a \in \{-13\} \cup [-9; 3)$

Функциональные методы

1. $a = 4$
2. $\{1; 2\}$ при $a = 4$; $\{0; 1\}$ при $a = 0,25$; при прочих a корней нет
3. $a \in \left[-\frac{17}{2}; -\frac{7}{2}\right]$
4. $a \in [-4; 2]$
5. $a \in \{-3; 0\}$