

Домашнее задание

Задание 1

Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 4.

1. Выберите систему координат с началом в точке B , где ось Ox направлена вдоль ребра BA , Oy вдоль ребра BC , ось Oz вдоль ребра BB_1 .
2. Найдите в данной системе координаты точек:
а) A ; б) B_1 ; в) D_1 ; г) K – точка пересечения диагоналей основания $ABCD$; д) L – точка пересечения диагоналей грани $BB_1 C_1 C$; е) M – середина ребра $C_1 D_1$; ж) N – точка, делящая ребро AD в отношении $5 : 3$; з) P – точка, делящая диагональ CD_1 в отношении $1 : 3$; и) Q – точка, делящая отрезок DP в отношении $3 : 2$.
3. Найдите длины отрезков:
а) AD_1 ; б) DL ; в) $B_1 M$; г) KN ; д) LQ .

Задание 2

Дана правильная четырёхугольная пирамида $SABCD$. Сторона основания равна 2, высота равна 5.

1. Выберите систему координат с началом в точке проекции вершины S на основание $ABCD$. Расположите ось Oz по высоте пирамиды, ось Ox параллельно ребру AD , ось Oy параллельно ребру AB .
2. В данной системе координат найдите координаты следующих точек: а) S ; б) B ; в) D ; г) K – середина ребра CD ; д) L – середина ребра SC ; е) M – точка, делящая ребро AB в отношении $3 : 1$; ж) N – точка, делящая ребро SA в отношении $2 : 3$; з) P – точка, делящая отрезок BD в отношении $1 : 4$; и) Q – точка, делящая отрезок BN в отношении $2 : 1$.
3. Выберите систему координат с началом в точке проекции вершины S на основание $ABCD$. Направьте ось Oz по высоте пирамиды, ось Ox по диагонали CA , ось Oy по диагонали BD .
4. Выполните пункт 2 для системы координат из пункта 3.
5. Выберите систему координат с началом в точке B основания $ABCD$. Направьте ось Ox по ребру BA , ось Oy по ребру BC , ось Oz параллельно высоте пирамиды.
6. Выполните пункт 2 для системы координат из пункта 5.
7. Найдите длины отрезков:
а) AB ; б) SA ; в) CM ; г) PN .

Задание 3

Дана правильная треугольная пирамида $SABC$. Сторона основания равна 1, высота равна 4.

1. Выберите систему координат с началом в точке B . Расположите ось Ox вдоль ребра AB , ось Oy перпендикулярно AB , ось Oz параллельно высоте пирамиды.
2. В данной системе координат найдите координаты следующих точек: а) S ; б) A ; в) C ; г) K – середина ребра AB ; д) L – середина ребра SA ; е) O – центр основания; ж) N – точка, делящая высоту SO в отношении $5 : 1$; з) P – точка, делящая ребро SB в отношении $3 : 4$.
3. Выберите систему координат с началом в точке O – центре основания пирамиды. Расположите ось Ox вдоль OB , ось Oy перпендикулярно OB , ось Oz вдоль высоты пирамиды.
4. Выполните пункт 2 для системы координат из пункта 3.
5. Найдите длины отрезков:
а) BC ; б) SA ; в) OP ; г) AN .



Задание 4

Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$. Сторона основания равна 4, боковое ребро равно 3.

1. Выберите систему координат с началом в точке M – середине ребра BC . Расположите ось Ox вдоль AM , ось Oy вдоль CM , ось Oz параллельно боковому ребру.
2. В данной системе координат найдите координаты следующих точек: а) A ; б) C ; в) B_1 ; г) C_1 д) K – середина ребра AB ; е) L – середина ребра CC_1 ; ж) N – точка, делящая ребро A_1C_1 в отношении $3 : 2$; з) P – точка, делящая отрезок AC_1 в отношении $2 : 1$; и) Q – точка, делящая отрезок A_1M в отношении $5 : 3$.
3. Выберите систему координат с началом в точке A . Расположите ось Oy вдоль AB , ось Ox перпендикулярно AB , ось Oz вдоль ребра AA_1 .
4. Выполните пункт 2 для системы координат из пункта 3.
5. Найдите длины отрезков:
а) AB_1 ; б) C_1K ; в) QN ; г) B_1L .

Задание 5

Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$. Сторона основания равна 2, высота равна 3.

1. Выберите систему координат с началом в точке O – центре основания. Расположите ось Ox вдоль BO , ось Oy вдоль OM (M – середина CD), ось Oz вдоль высоты.
2. В данной системе координат найдите координаты следующих точек: а) A ; б) C ; в) E ; г) S ; д) L – середина ребра SC ; е) N – середина EF ; ж) P – точка, делящая отрезок SB в отношении $2 : 5$; з) Q – точка, делящая отрезок AE в отношении $3 : 1$. и) G – точка, делящая SM в отношении $4 : 1$.
3. Найдите длины отрезков:
а) ME ; б) SB ; в) PG ; г) BL .

Задание 6

Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$. Сторона основания равна 6, боковое ребро равно 2.

1. Выберите систему координат с началом в точке E . Расположите ось Ox вдоль ED , ось Oy вдоль EA , ось Oz вдоль EE_1 .
2. В данной системе координат найдите координаты следующих точек: а) A ; б) D ; в) B_1 ; г) F_1 д) O – центр основания; е) L – середина ребра AF ; ж) N – середина E_1B ; з) P – точка, делящая отрезок AC в отношении $3 : 2$; и) Q – точка, делящая отрезок F_1C в отношении $1 : 6$. й) G – точка, делящая AD в отношении $5 : 2$.
3. Найдите длины отрезков:
а) AB_1 ; б) LE_1 ; в) BG .

Задание 7

Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{1; 4; -7\}$ и $\vec{b} = \{6; -3; -1\}$.

Задание 8

Пусть $A(1; 2; 3)$, $B(4; 5; 1)$, $C(-1; -2; -3)$. Найти скалярное произведение векторов а) \vec{AB} и \vec{AC} ; б) \vec{AB} и \vec{CA} ; в) \vec{AB} и \vec{CB} .

Задание 9

Выяснить будут ли перпендикулярны векторы: а) $\vec{a} = \{2; 0; 1\}$ и $\vec{b} = \{-2; 5; 4\}$; б) $\vec{a} = \{10; -2; 15\}$, $\{-11; 5; 9\}$.

Задание 10

Пусть даны точки $A(-4; -3; -2)$, $B(2; -2; -3)$, $C(-8; -5; 1)$, $D(4; -3; -1)$. Выяснить будут ли перпендикулярны векторы \vec{AB} и \vec{CD} . Что можно сказать о перпендикулярности прямых AB и CD ?

Задание 11

Даны точки $A(0; 1; 2)$, $B(2; 3; -1)$ и $C(1; 2; -1)$. Вычислите угол между векторами \vec{CA} и \vec{CB} .

Задание 12

Вычислите угол между векторами $\vec{a} \{0; 5; 0\}$ и $\vec{b} \{3; 0; -3\}$.

Задание 13

Вычислите угол между прямыми AB и CD , если $A(-6; -15; 7)$, $B(-7; -15; 8)$, $C(14; -10; 9)$, $D(14; -10; 7)$.

Задание 14

Пусть даны векторы \vec{a} и \vec{b} . Найти какой-нибудь вектор перпендикулярный им обоим, если

1. $\vec{a} = \{0; -2; 4\}$, $\vec{b} = \{7; 0; 1\}$;
2. $\vec{a} = \{1; -1; 1\}$, $\vec{b} = \{4; 11; -2\}$;
3. $\vec{a} = \{-4; 13; -28\}$, $\vec{b} = \{5; -17; 14\}$.

Задание 15

1. Даны точки $A(2; -1; 4)$, $B(1; 7; 3)$ и $C(0; 2; 1)$. Найдите уравнение плоскости α , проходящей через эти точки. Найдите вектор, перпендикулярный данной плоскости.
2. Даны точки $A(2; 0; 11)$, $B(-6; 3; 1)$. Найдите параметрическое уравнение прямой ℓ , проходящей через данные точки.
3. Найдите точку пересечения плоскости α и прямой ℓ .

Задание 16

1. Найти уравнение прямой ℓ , проходящей через точку $A(2; 3; -1)$ и перпендикулярной плоскости $\alpha : x + 4y - 3z + 5 = 0$;
2. Найти точку пересечения прямой ℓ и α ;
3. Найти расстояние от точки A до α .

ОТВЕТЫ

Задание 1

2. а) $A(4; 0; 0)$; б) $B_1(0; 0; 4)$; в) $D_1(4; 4; 4)$; г) $K(2; 2; 0)$; д) $L(0; 2; 2)$; е) $M(2; 4; 4)$; ж) $N\left(4; \frac{5}{2}; 0\right)$;
 з) $P\left(1; 4; 1\right)$; и) $Q\left(\frac{11}{5}; 4; \frac{3}{5}\right)$.
3. а) $4\sqrt{2}$; б) $2\sqrt{6}$; в) $2\sqrt{5}$; г) $\frac{\sqrt{17}}{2}$; д) $\frac{3\sqrt{30}}{5}$.

Задание 2

2. а) $S(0; 0; 5)$; б) $B(-1; 1; 0)$; в) $D(1; -1; 0)$; г) $K(1; 0; 0)$; д) $L\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$; е) $M\left(-1; \frac{1}{2}; 0\right)$; ж) $N\left(-\frac{2}{5}; -\frac{2}{5}; 3\right)$;
 з) $P\left(-\frac{3}{5}; \frac{3}{5}; 0\right)$; и) $Q\left(-\frac{3}{5}; \frac{1}{15}; 2\right)$.
4. а) $S(0; 0; 5)$; б) $B(0; -\sqrt{2}; 0)$; в) $D(0; \sqrt{2}; 0)$; г) $K\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right)$; д) $L\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0; \frac{5}{2}\right)$;
 е) $M\left(\frac{\sqrt{2}}{4}; -\frac{3\sqrt{2}}{4}; 0\right)$; ж) $N\left(\frac{2\sqrt{2}}{5}; 0; 3\right)$; з) $P\left(0; -\frac{3\sqrt{2}}{5}; 0\right)$; и) $Q\left(\frac{4\sqrt{2}}{15}; -\frac{\sqrt{2}}{3}; 2\right)$.
6. а) $S(1; 1; 5)$; б) $B(0; 0; 0)$; в) $D(2; 2; 0)$; г) $K(1; 2; 0)$; д) $L\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$; е) $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$; ж) $N\left(\frac{7}{5}; \frac{3}{5}; 3\right)$;
 з) $P\left(\frac{2}{5}; \frac{2}{5}; 0\right)$; и) $Q\left(\frac{14}{15}; \frac{6}{15}; 2\right)$.
7. а) 2; б) $3\sqrt{3}$; в) $\frac{\sqrt{17}}{2}$; д) $\frac{7\sqrt{43}}{15}$.

Задание 3

2. а) $S\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{6}; 4\right)$; б) $A(1; 0; 0)$; в) $C\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$; г) $K\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$; д) $L\left(\frac{3}{4}; \frac{\sqrt{3}}{12}; 2\right)$; е) $O\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{6}; 0\right)$;
 ж) $N\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{6}; \frac{2}{3}\right)$; з) $P\left(\frac{2}{7}; \frac{2\sqrt{3}}{21}; \frac{16}{7}\right)$.
4. а) $S(0; 0; 4)$; б) $A\left(-\frac{\sqrt{3}}{6}; -\frac{1}{2}; 0\right)$; в) $C\left(-\frac{\sqrt{3}}{6}; \frac{1}{2}; 0\right)$; г) $K\left(\frac{\sqrt{3}}{12}; -\frac{1}{4}; 0\right)$; д) $L\left(-\frac{\sqrt{3}}{12}; -\frac{1}{4}; 2\right)$; е) $O(0; 0; 0)$; ж) $N\left(0; 0; \frac{2}{3}\right)$; з) $P\left(\frac{\sqrt{3}}{7}; 0; \frac{16}{7}\right)$.
5. а) 1; б) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$; в) $\frac{\sqrt{259}}{7}$; г) $\sqrt{\frac{73}{75}}$.

Задание 4

2. а) $A(2\sqrt{3}; 0; 0)$; б) $C(0; 2; 0)$; в) $B_1(0; -2; 3)$; г) $C_1(0; 2; 3)$; д) $K(\sqrt{3}; -1; 0)$; е) $L\left(0; 2; \frac{3}{2}\right)$; ж) $N\left(\frac{4\sqrt{3}}{5}; \frac{6}{5}; 3\right)$; з) $P\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}; \frac{4}{3}; 2\right)$; и) $Q\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}; 0; \frac{9}{8}\right)$.
4. а) $A(0; 0; 0)$; б) $C(2\sqrt{3}; 2; 0)$; в) $B_1(0; 4; 3)$; г) $C_1(2\sqrt{3}; 2; 3)$; д) $K(0; 2; 0)$; е) $L\left(2\sqrt{3}; 2; \frac{3}{2}\right)$; ж) $N\left(\frac{6\sqrt{3}}{5}; \frac{6}{5}; 3\right)$; з) $P\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}; \frac{4}{3}; 2\right)$; и) $Q\left(\frac{5\sqrt{3}}{8}; \frac{15}{8}; \frac{9}{8}\right)$.

5. а) 5; б) $\sqrt{21}$; в) $\frac{\sqrt{7941}}{40}$; г) $\frac{\sqrt{73}}{2}$.

Задание 5

2. а) $A(1; -\sqrt{3}; 0)$; б) $C(1; \sqrt{3}; 0)$; в) $E(-2; 0; 0)$; г) $S(0; 0; 3)$; д) $L\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{2}\right)$; е) $N\left(-\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$;
ж) $P\left(\frac{2}{7}; 0; \frac{15}{7}\right)$; з) $Q\left(-\frac{5}{4}; -\frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$; и) $G\left(0; \frac{4\sqrt{3}}{5}; \frac{3}{5}\right)$.

3. а) $\sqrt{7}$; б) $\sqrt{13}$; в) $\frac{2\sqrt{1342}}{35}$; г) $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Задание 6

2. а) $A(0; 6\sqrt{3}; 0)$; б) $D(6; 0; 0)$; в) $B_1(6; 6\sqrt{3}; 2)$; г) $F_1(-3; 3\sqrt{3}; 2)$; д) $O(3; 3\sqrt{3}; 0)$; е) $L\left(-\frac{3}{2}; \frac{9\sqrt{3}}{2}; 0\right)$;
ж) $N(3; 3\sqrt{3}; 1)$; з) $P\left(\frac{27}{5}; \frac{21\sqrt{3}}{5}; 0\right)$; и) $Q\left(-\frac{9}{7}; 3\sqrt{3}; \frac{12}{7}\right)$; й) $G\left(\frac{30}{7}; \frac{12\sqrt{3}}{7}; 0\right)$.

3. а) $2\sqrt{10}$; б) $\sqrt{67}$; в) $\frac{6\sqrt{79}}{7}$.

Задание 7

1.

Задание 8

а) -6 ; б) 6 ; в) 28 .

Задание 9

а) да; б) нет.

Задание 10

они не будут перпендикулярными.

Задание 11

$$\arccos\left(-\sqrt{\frac{2}{11}}\right).$$

Задание 12

90° .

Задание 13

45° .

Задание 14

- $\{-1; 14; 7\}$;
- $\{-3; 2; 5\}$;
- $\{147; -28; 1\}$.

Задание 15

1. Уравнение плоскости: $-21x - y + 13z - 11 = 0$; уравнение вектора: $\{-21; -1; 13\}$.

2.

$$\ell : \begin{cases} x = 2 - 8t, \\ y = 3t, \\ z = 11 - 10t. \end{cases}$$

3. $\left(\frac{158}{7}; -\frac{54}{7}; \frac{257}{7}\right)$.

Задание 16

1.

$$\ell : \begin{cases} x = 2 + t, \\ y = 3 + 4t, \\ z = -1 - 3t. \end{cases}$$

2. $\left(\frac{15}{13}; -\frac{5}{13}; \frac{20}{13}\right)$.

3. $\frac{11\sqrt{26}}{13}$.