

Задачи к вебинару 04.05.2026

Задание 1

В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC , а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C , причём $CM = BC$ и $CN = AC$. Отрезки CP и CQ – биссектрисы треугольников ACB и NCM соответственно.

- Докажите, что CP и CQ перпендикулярны.
- Найдите PQ , если $BC = 3$, а $AC = 5$.

Задание 2

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C точки M и N – середины катетов AC и BC соответственно, CH – высота.

- Докажите, что прямые MN и NH перпендикулярны.
- Пусть P – точка пересечения прямых AC и NH , а Q – точка пересечения прямых BC и MN . Найдите площадь треугольника PQM , если $AH = 4$ и $BH = 2$.

Задание 3

В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CH из вершины прямого угла, AM и CN – биссектрисы треугольников ACH и BCH соответственно.

- Докажите, что прямые AM и CN перпендикулярны.
- Найдите длину отрезка MN , если $BC = 20$ и $\sin \angle ABC = \frac{1}{3}$.

Задание 4

Окружность касается одной из сторон прямого угла с вершиной D в точке E и пересекает вторую сторону в точках A и B (точка A лежит между B и D). В окружности проведён диаметр AC .

- Докажите, что отрезок BC вдвое больше отрезка DE .
- Найдите расстояние от точки E до прямой AC , если $AD = 4$ и $AB = 5$.

Задание 5

В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CH из вершины прямого угла C . В треугольники ACH и BCH вписаны окружности с центрами O_1 и O_2 соответственно, касающиеся прямой CH в точках M и N соответственно.

- Докажите, что прямые AO_1 и CO_2 перпендикулярны.
- Найдите площадь четырёхугольника MO_1NO_2 , если $AC = 20$ и $BC = 15$.

ОТВЕТЫ

1. б) $\frac{15}{4}$;

2. б) $18\sqrt{2}$;

3. б) 5;

4. б) 6;

5. б) $\frac{7}{2}$.