

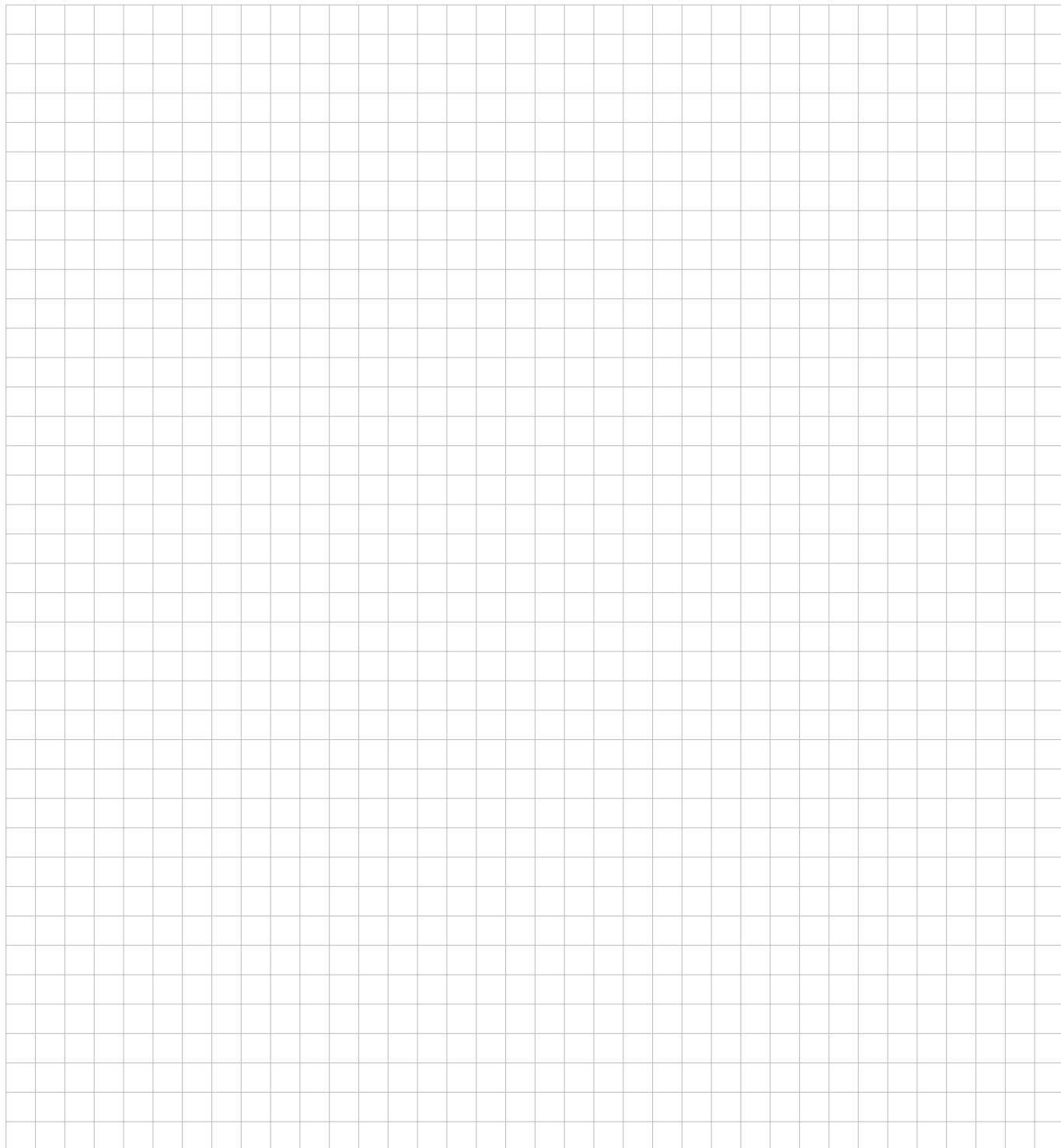
## Задачи к вебинару 04.05.2026

## Задание 1

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точка  $M$  лежит на катете  $AC$ , а точка  $N$  лежит на продолжении катета  $BC$  за точку  $C$ , причём  $CM = BC$  и  $CN = AC$ . Отрезки  $CP$  и  $CQ$  – биссектрисы треугольников  $ACB$  и  $NCM$  соответственно.

а) Докажите, что  $CP$  и  $CQ$  перпендикулярны.

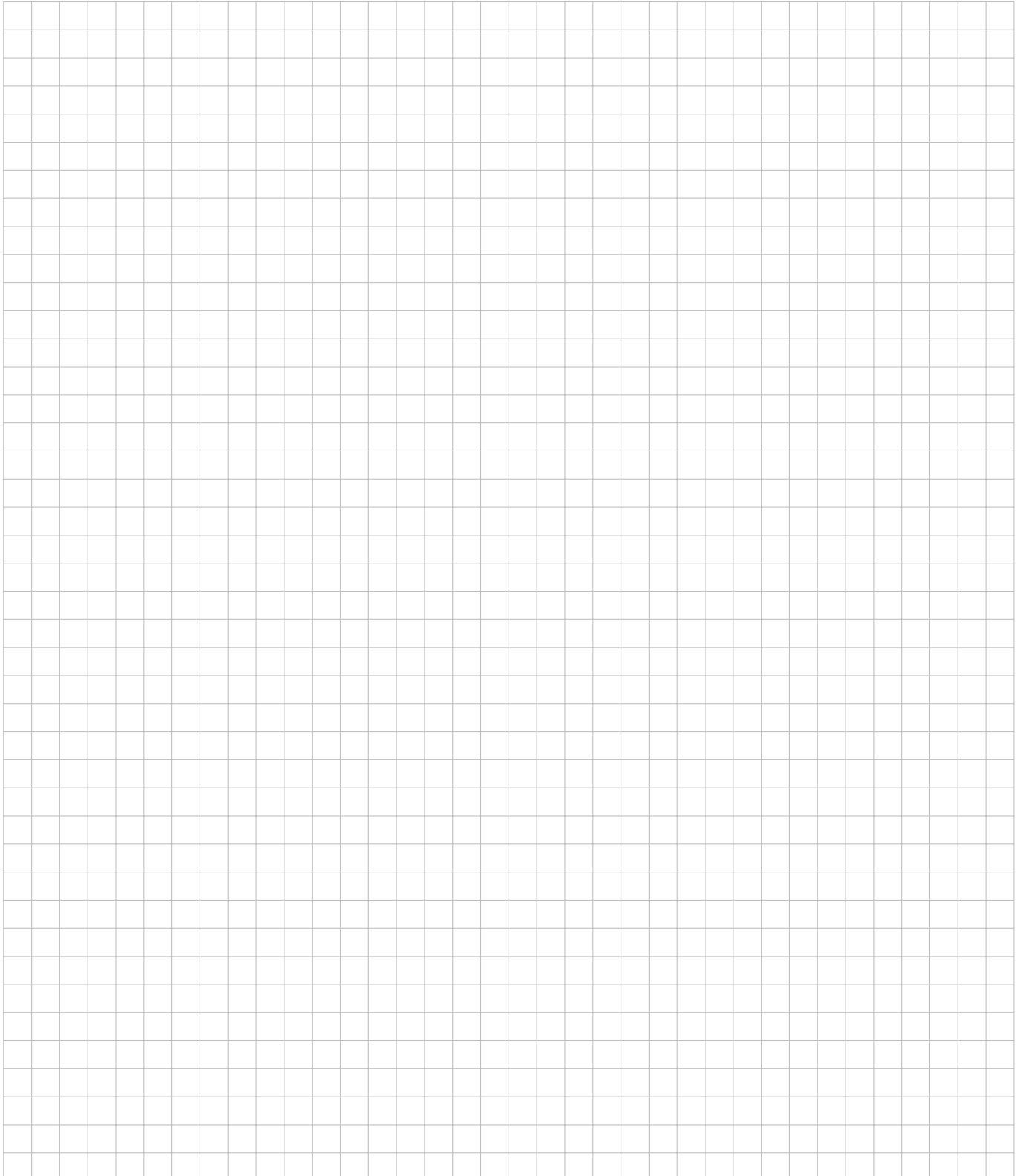
б) Найдите  $PQ$ , если  $BC = 3$ , а  $AC = 5$ .



**Задание 2**

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  точки  $M$  и  $N$  – середины катетов  $AC$  и  $BC$  соответственно,  $CH$  – высота.

- а) Докажите, что прямые  $MN$  и  $NH$  перпендикулярны.
- б) Пусть  $P$  – точка пересечения прямых  $AC$  и  $NH$ , а  $Q$  – точка пересечения прямых  $BC$  и  $MN$ . Найдите площадь треугольника  $PQM$ , если  $AH = 4$  и  $BH = 2$ .

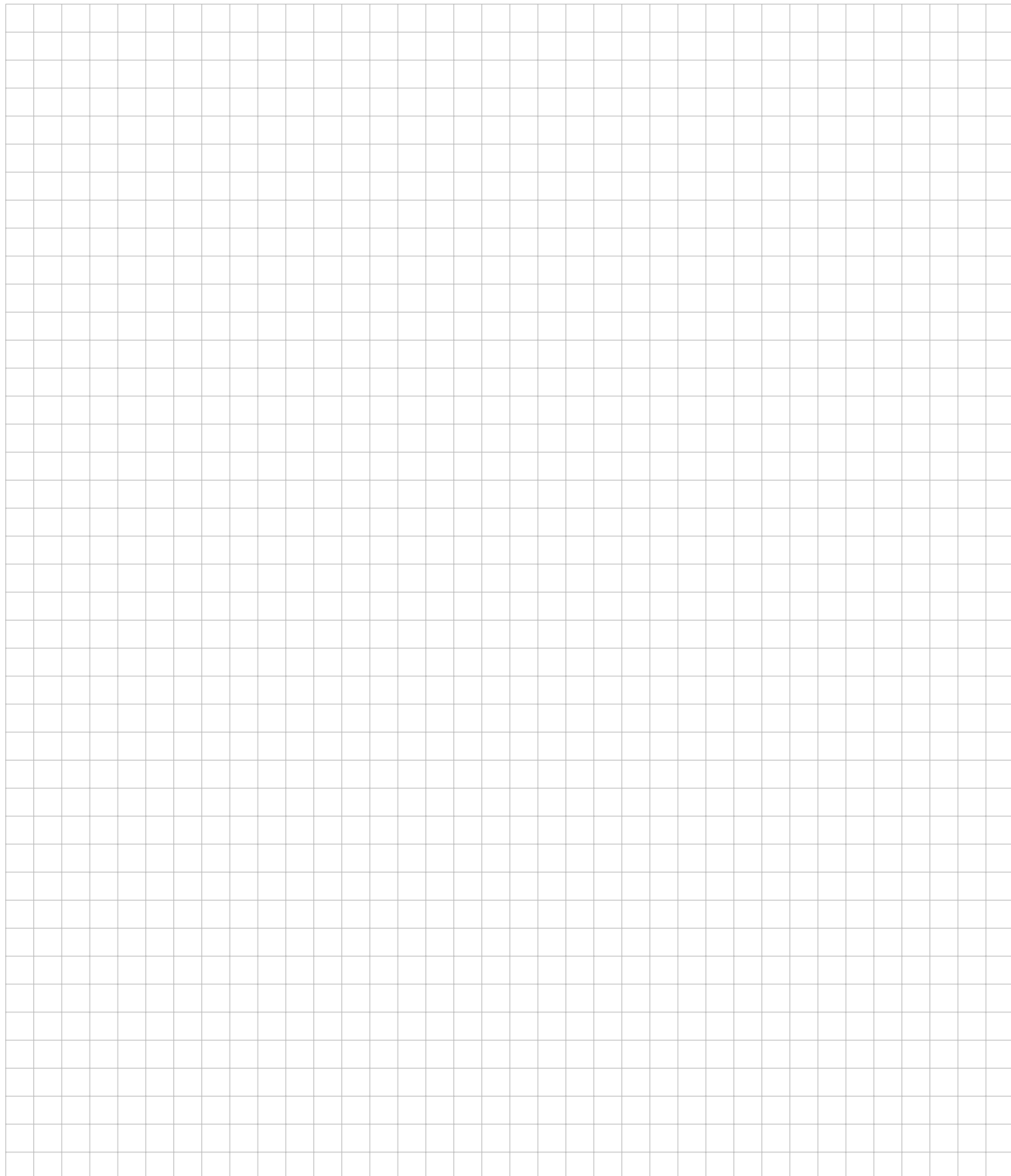


**Задание 3**

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  проведена высота  $CH$  из вершины прямого угла,  $AM$  и  $CN$  – биссектрисы треугольников  $ACH$  и  $BCH$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $AM$  и  $CN$  перпендикулярны.

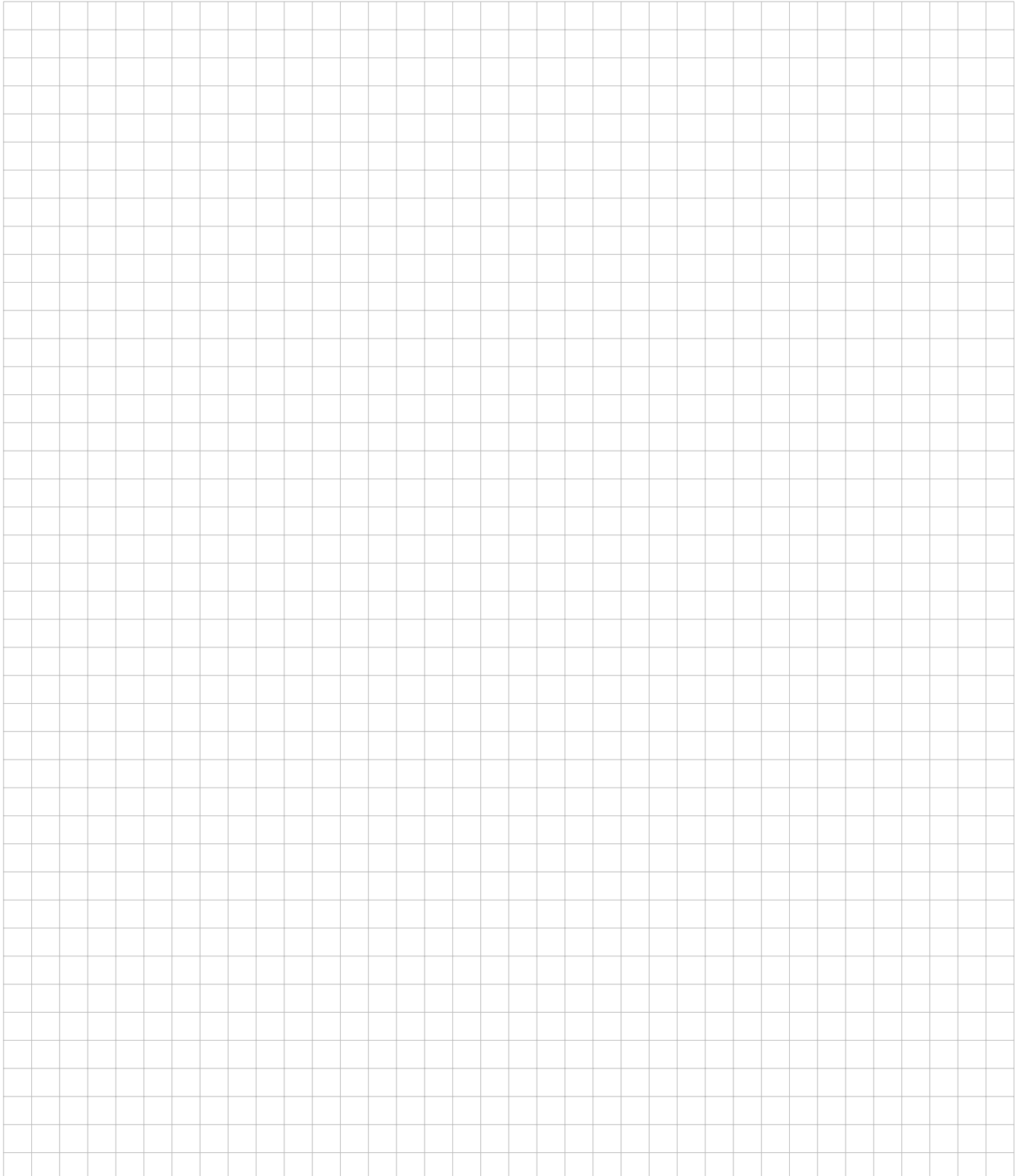
б) Найдите длину отрезка  $MN$ , если  $BC = 20$  и  $\sin \angle ABC = \frac{1}{3}$ .



## Задание 4

Окружность касается одной из сторон прямого угла с вершиной  $D$  в точке  $E$  и пересекает вторую сторону в точках  $A$  и  $B$  (точка  $A$  лежит между  $B$  и  $D$ ). В окружности проведён диаметр  $AC$ .

- а) Докажите, что отрезок  $BC$  вдвое больше отрезка  $DE$ .  
б) Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $AC$ , если  $AD = 4$  и  $AB = 5$ .

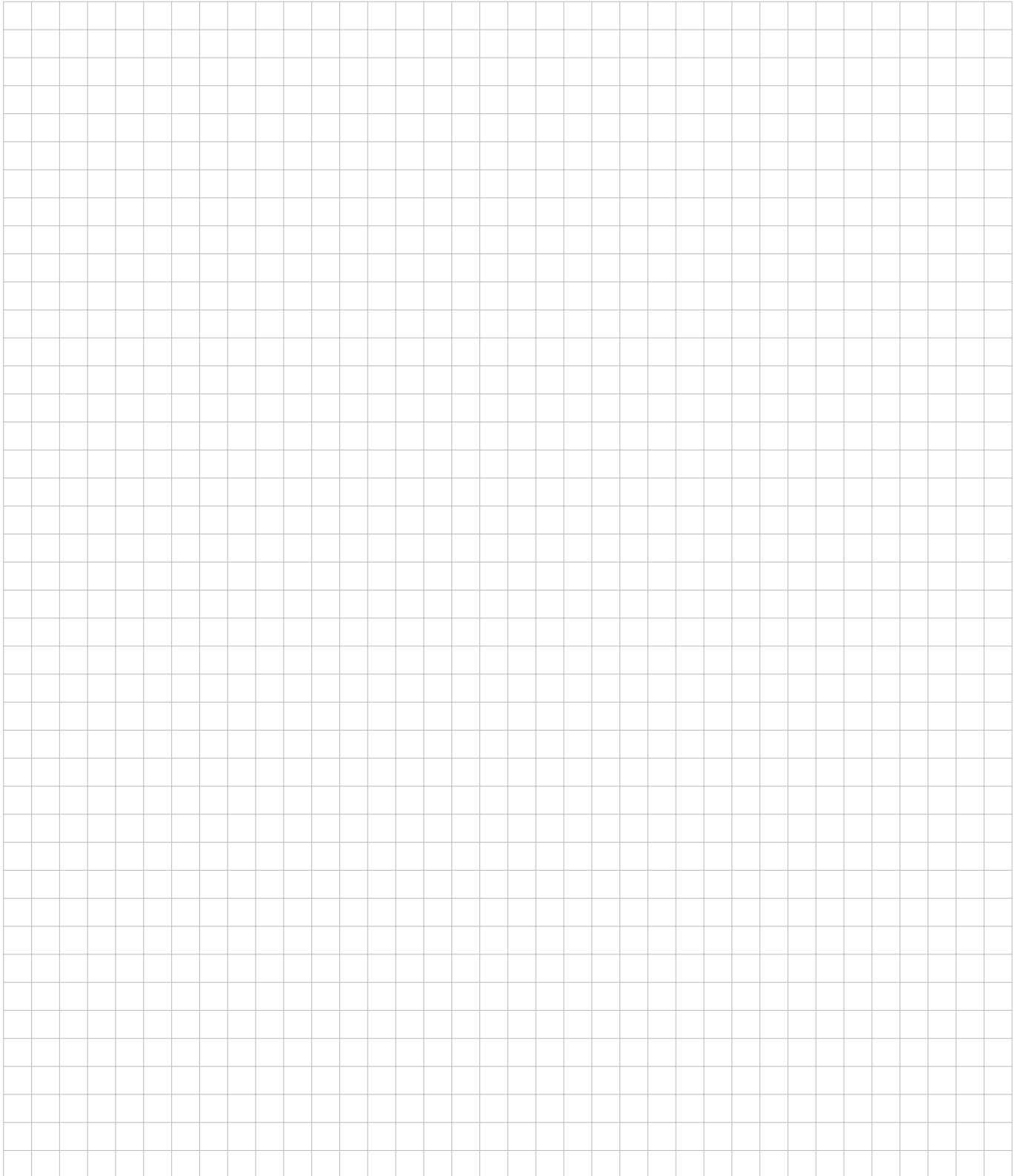


## Задание 5

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  проведена высота  $CH$  из вершины прямого угла  $C$ . В треугольники  $ACH$  и  $BCH$  вписаны окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$  соответственно, касающиеся прямой  $CH$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $AO_1$  и  $CO_2$  перпендикулярны.

б) Найдите площадь четырёхугольника  $MO_1NO_2$ , если  $AC = 20$  и  $BC = 15$ .



## ОТВЕТЫ

1. б)  $\frac{15}{4}$ ;

2. б)  $18\sqrt{2}$ ;

3. б) 5;

4. б) 6;

5. б)  $\frac{7}{2}$ .