

## Задачи к вебинару 2

### Задание 1

Все боковые стороны четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равны  $AD$  – стороне основания  $ABCD$ . Стороны  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  вдвое меньше стороны  $AD$ .

- Докажите, что высота пирамиды, опущенная из вершины  $S$ , проходит через середину  $AD$ .
- В каком отношении, считая от точки  $S$ , плоскость  $BNM$  делит высоту пирамиды, если  $N$  – середина  $SC$ , а точка  $M$  делит ребро  $SD$  в отношении  $1 : 3$ , считая от точки  $S$ .

### Задание 2

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  сторона основания равна 2, а боковое ребро равно 6. Точка  $M$  – середина ребра  $A_1C_1$ , а точка  $O$  – точка пересечения диагоналей боковой грани  $ABB_1A_1$ .

- Докажите, что точка пересечения диагоналей четырёхугольника, являющегося сечением призмы  $ABCA_1B_1C_1$  плоскостью  $AMB$ , лежит на отрезке  $OC_1$ .
- Найдите угол между прямой  $OC_1$  и плоскостью  $AMB$ .

### Задание 3

В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . Основание высоты  $SO$  этой пирамиды является серединой ребра  $AB$ .

- Докажите, что  $SA = SC$ .
- Найдите угол между плоскостями  $SAC$  и  $ABC$ , если  $AC = 24$ ,  $AB = 30$ ,  $SA = 17$ .

### Задание 4

В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  сторона основания  $AB$  равна 4, а боковое ребро  $SA$  равно 7. На рёбрах  $CD$  и  $SC$  отмечены точки  $N$  и  $K$  соответственно, причём  $DN : NC = SK : KC = 1 : 3$ . Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $KN$  и параллельна прямой  $BC$ .

- Докажите, что плоскость  $\alpha$  параллельна прямой  $SA$ .
- Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $SBC$ .

### Задание 5

На продолжениях рёбер  $A_1A$  и  $D_1C_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $AA_1 = AK$ ,  $C_1 D_1 = C_1 L$ .

- Докажите, что прямая  $KL$  проходит через середину ребра  $BC$ .
- Найдите угол между прямыми  $AD_1$  и  $KL$ , если  $AB = 2\sqrt{2}$ ,  $AD = 6$ ,  $AA_1 = 8$ .

## ОТВЕТЫ

1.  $2 : 1;$

2.  $\arccos \frac{13}{14};$

3.  $\operatorname{arctg} \frac{8}{9};$

4.  $2 \arcsin \frac{2\sqrt{5}}{15};$

5.  $\arccos \frac{41}{45}.$