

Задачи к вебинару 3

Задание 1

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона AB основания равна 8, а боковое ребро AA_1 равно 7. На ребре CC_1 отмечена точка M , причем $CM = 1$.

- Точки O и O_1 – центры окружностей, описанных около треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ соответственно. Докажите, что прямая OO_1 содержит точку пересечения медиан треугольника ABM .
- Найдите расстояние от точки A_1 до плоскости ABM .

Задание 2

В основании ABC прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник со сторонами $AB = BC = 25$ и $AC = 30$, а боковое ребро $AA_1 = 15\sqrt{2}$.

- Докажите, что $AC_1 \perp B_1C$.
- Найдите расстояние между прямыми AC_1 и B_1C .

Задание 3

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра равны 4. Точка M – середина ребра AA_1 .

- Докажите, что прямые MB и B_1C перпендикулярны.
- Найдите расстояние между прямыми MB и B_1C .

Задание 4

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки M и N – середины рёбер AB и AD соответственно

- Докажите, что прямые B_1N и CM перпендикулярны.
- Плоскость α проходит через точки N и B_1 параллельно прямой CM . Найдите расстояние от точки C до плоскости α , если $B_1N = 6$.

Задание 5

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ проведена высота SH . K – середина ребра SD , N – середина ребра CD . Плоскость ABK пересекает ребро SC в точке P .

- Докажите, что прямая PK делит отрезок NS пополам.
- Найдите расстояние от точки P до плоскости ABS , если $SH = 15$, $CD = 16$.

ОТВЕТЫ

1. $4\sqrt{3}$;

2. $\frac{40\sqrt{3}}{\sqrt{43}}$;

3. $\frac{2\sqrt{30}}{5}$;

4. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$;

5. $\frac{120}{17}$.