

Задачи к вебинару 4

Задание 1

Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C , а боковая грань ACC_1A_1 является квадратом.

- Докажите, что прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.
- Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1 , если $AC = 1$, $BC = 4$.

Задание 2

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 8, а боковое ребро SA равно 7. На рёбрах AB и SB отмечены точки M и K соответственно, причём $AM = 2$, $SK = 1$.

- Докажите, что плоскость CKM перпендикулярна плоскости ABC .
- Найдите объём пирамиды $BCKM$.

Задание 3

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ длина ребра основания равна 4, а длина бокового ребра равна 2.

- Докажите, что сечение призмы плоскостью α , проходящей через середину ребра AB перпендикулярно отрезку, соединяющему середины рёбер BC и A_1B_1 , делит ребро AC в отношении $1 : 3$, считая от вершины A .
- Найдите площадь сечения призмы плоскостью α .

Задание 4

Длина диагонали куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равна $3\sqrt{11}$. На луче A_1C отмечена точка P так, что $A_1P = 4\sqrt{11}$.

- Докажите, что $PBDC_1$ – правильный тетраэдр.
- Найдите длину отрезка AP .

Задание 5

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона AB основания равна 12, а боковое ребро AA_1 равно $3\sqrt{6}$. На рёбрах AB и B_1C_1 отмечены точки K и L соответственно, причём $AK = 2$, $B_1L = 4$. Точка M – середина ребра A_1C_1 . Плоскость γ параллельна прямой AC и содержит точки K и L .

- Докажите, что прямая BM перпендикулярна плоскости γ .
- Найдите расстояние от точки C до плоскости γ .

ОТВЕТЫ

1. $\frac{2}{3}$;
2. $\frac{48\sqrt{17}}{7}$;
3. $3\sqrt{6}$;
4. 11;
5. $\sqrt{2}$.