

Баллодожималка. Вебинар 11.06.2026

ТЕОРИЯ ИГР + РЕКУРСИЯ (№23, №16, №19-21)

Прототип №23

Задание 1 (Прототип №23)

У исполнителя Увеличитель две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 2,
2. умножь на 3.

Первая из них увеличивает число на экране на 2, вторая — умножает его на 3.

Программа для Увеличителя — это последовательность команд. Сколько есть программ, которые число 1 преобразуют в число 31?

Задание 2 (Прототип №23)

Исполнитель А16 преобразует число, записанное на экране.

У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Прибавить 2
3. Умножить на 2

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает его на 2, третья умножает его на 2.

Программа для исполнителя А16 — это последовательность команд.

Сколько существует таких программ, которые исходное число 3 преобразуют в число 12 и при этом траектория вычислений программы содержит число 10?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 132 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 8, 16, 18.

Задание 3 (Прототип №23)

Исполнитель РазДваТри преобразует число на экране.

У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 2
3. Прибавить 3

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 2, третья увеличивает на 3.

Программа для исполнителя РазДваТри — это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 3 в число 16 и при этом траектория вычислений не содержит чисел 6 и 12?

Траектория вычислений — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 312 при исходном числе 6 траектория будет состоять из чисел 9, 10, 20.

Задание 4 (Прототип №23)

Исполнитель преобразует число на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 2
3. Возвести в квадрат

Программа для исполнителя — это последовательность команд.

Сколько существует программ, для которых при исходном числе 2 результатом является число 20, при этом траектория вычислений не содержит числа 11?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 321 при исходном числе 4 траектория будет состоять из чисел 16, 32, 33.

Задание 5 (Прототип №23)

Исполнитель преобразует число, записанное на экране.

У исполнителя есть команды, которым присвоены номера:

1. Вычесть 2
2. Вычесть 3
3. Разделить нацело на 3.

Первая команда уменьшает число на экране на 2, вторая — на 3, третья — уменьшает число в 3 раза. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 20 результатом является число 3?

Прототип №16

Задание 1 (Прототип №16)

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1;$$

$$F(n) = (n - 1) \cdot F(n - 1), \text{ если } n > 1.$$

Чему равно значение выражения $(F(2024) + 2 \cdot F(2023))/F(2022)$?

Задание 2 (Прототип №16)

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1;$$

$$F(n) = n \cdot F(n - 1) \text{ при } n > 1.$$

Чему равно значение выражения $(F(2024) - F(2023))/F(2022)$?

Задание 3 (Прототип №16)

Обозначим остаток от деления натурального числа a на натуральное число b как $a \bmod b$.

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$F(0) = 0;$$

$$F(n) = F(n - 1) + 1, \text{ если } n > 0 \text{ и при этом } n \bmod 3 = 2;$$

$$F(n) = F((n - n \bmod 3) / 3), \text{ если } n > 0 \text{ и при этом } n \bmod 3 < 2.$$

Укажите наименьшее возможное n , для которого $F(n) = 6$.

Задание 4 (Прототип №16)

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2 \times (G(n - 3) + 8);$$

$$G(n) = 2 \times n, \text{ если } n < 10.$$

$$G(n) = G(n - 2) + 1, \text{ если } n \geq 10.$$

Чему равно значение выражения $F(15548)$?

Задание 5 (Прототип №16)

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = G(n - 1);$$

$$G(n) = 3 \times n, \text{ если } n \leq 9.$$

$$G(n) = G(n - 2) + 1, \text{ если } n > 9.$$

Чему равно значение выражения $F(47995)$?

Прототип №19-21

Задание 1 (Прототип №19)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может:

- добавить в кучу 2 камня;
- добавить в кучу 5 камней;
- увеличить количество камней в куче в 2 раза.

Например, из кучи в 20 камней за один ход можно получить кучу из 22, 25 или 40 камней. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 128. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу из 128 или более камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 < S < 127$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Укажите минимальное значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Задание 2 (Прототип №20)

Для игры, описанной в задании 19, найдите два наименьших значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание 3 (Прототип №21)

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задание 4 (Прототип №19)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 81. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах находится 81 камень или больше.

В начальный момент в первой куче было семь камней, во второй куче – S камней; $1 \leq S \leq 73$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Задание 5 (Прототип №20)

Для игры, описанной в задании 19, найдите два наименьших значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание 6 (Прототип №21)

Для игры, описанной в задании 19, найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений S , в ответе запишите наименьшее из них.

g

Задание 7 (Прототип №19)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может:

- убрать из кучи 3 камня;
- убрать из кучи 5 камней;
- уменьшить количество камней в куче в 4 раза (количество камней, полученное при делении, округляется до меньшего).

Например, из кучи в 20 камней за один ход можно получить кучу из 17, 15 или 5 камней. Игра завершается, когда количество камней в куче становится не более 30. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу из 30 или менее камней. В начальный момент в куче было S камней, $S \geq 31$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Укажите минимальное значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Задание 8 (Прототип №20)

Для игры, описанной в задании 19, найдите два наименьших значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание 9 (Прототип №21)

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задание 10 (Прототип №19)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может убрать из обеих куч по три камня или уменьшить количество камней в одной из куч в два раза (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень меньше, чем убирается). Например, пусть в одной куче 10, а в другой 15 камней; такую позицию мы будем обозначать $(10, 15)$. За один ход из позиции $(10, 15)$ можно получить любую из трёх позиций: $(7, 12)$, $(5, 15)$, и $(10, 7)$. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 100. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 100 или меньше камней. В начальный момент в первой куче было 48 камней, во второй куче – S камней, $S > 52$. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Задание 11 (Прототип №20)

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное и максимальное значения S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
 - Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
- Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание 12 (Прототип №21)

Для игры, описанной в задании 19, найдите наименьшее значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответы

Прототип №23

1. 12;
2. 60;
3. 22;
4. 37;
5. 76;

Прототип №16

1. 4094550;
2. 4092529;
3. 728;
4. 15588;
5. 24017;

Прототип №19-21

1. 62;
2. 31 57;
3. 55;
4. 19;
5. 33 36;
6. 32;
7. 124;
8. 127 128;
9. 132;
10. 59
11. 115 229;
12. 124.