

Баллодожималка. Вебинар 12.06.2026

АЛГЕБРА ЛОГИКИ и КОМБИНАТОРИКА (№2, №8, №15)

Прототип №2

Задание 1 (Прототип №2)

Логическая функция F задаётся выражением $(x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee \neg w$. На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий все наборы аргументов, при которых функция F ложна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных w, x, y, z . Все строки в представленном фрагменте разные.

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4
???	???	???	???
	0		
1	0		0
1		0	0

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (без разделителей).

Задание 2 (Прототип №2)

Миша заполнял таблицу истинности функции $(x \wedge y) \vee (y \equiv z) \vee w$, но успел заполнить лишь фрагмент из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

				$(x \wedge y) \vee (y \equiv z) \vee w$
	1	0	0	0
0		1		0
0	1		1	0

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Функция задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имеет следующий вид.

		$\neg x \vee y$
0	1	0

В этом случае первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу – переменная x . В ответе следует написать yx .

Задание 3 (Прототип №2)

Логическая функция F задаётся выражением $(\neg x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee \neg w$.

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности функции F .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x , y , z , w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
0		0	1	0
	0		1	0
0	1	1		0

В ответе напишите буквы x , y , z , w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Задание 4 (Прототип №2)

Логическая функция F задаётся выражением $(x \equiv \neg y) \rightarrow (z \equiv (y \vee w))$.

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности функции F .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x , y , z , w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
0		0		0
0	0		0	0
0			0	0

В ответе напишите буквы x , y , z , w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Задание 5 (Прототип №2)

Логическая функция F задаётся выражением $((w \rightarrow \neg x) \equiv (z \rightarrow y)) \wedge (y \vee w)$.

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности функции F .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x , y , z , w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
1	1	1	0	0
0	0	1	1	1
0		0		1

В ответе напишите буквы x , y , z , w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Прототип №8

Задание 1 (Прототип №8)

Игорь составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует трёхбуквенные слова, в которых могут быть только буквы Ш, К, О, Л, А, причём буква К появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Игорь?

Задание 2 (Прототип №8)

Ученица составляет 5-буквенные слова из букв ГЕПАРД. При этом в каждом слове ровно одна буква Г, слово не может начинаться на букву А и заканчиваться буквой Е. Какое количество слов может составить ученица?

Задание 3 (Прототип №8)

Сколько существует десятичных четырёхзначных чисел, в которых все цифры различны и никакие две чётные или две нечётные цифры не стоят рядом?

Задание 4 (Прототип №8)

Определите количество шестизначных чисел в пятеричной системе счисления, которые не оканчиваются цифрами 3 и 4 и не начинаются с цифры 1.

Задание 5 (Прототип №8)

Определите количество 15-ричных пятизначных чисел, в записи которых ровно одна цифра 8 и не менее двух цифр с числовым значением, превышающим 9.

Задание 6 (Прототип №8)

Все пятибуквенные слова, составленные из букв К, О, М, П, Ъ, Ю, Т, Е, Р, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. ЕЕЕЕЕ
2. ЕЕЕЕК
3. ЕЕЕЕМ
4. ЕЕЕЕО
5. ЕЕЕЕП
6. ЕЕЕЕР
7. ЕЕЕЕТ
8. ЕЕЕЕЪ

Под каким номером в списке стоит последнее слово с нечётным номером, которое не начинается с буквы Ъ и содержит ровно две буквы К?

Задание 7 (Прототип №8)

Все шестибуквенные слова, в составе которых могут быть только буквы П, О, Б, Е, Д, А, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы начиная с 1. Ниже приведено начало списка.

1. АААААА
2. АААААБ
3. АААААД
4. АААААЕ
5. АААААО
6. АААААП

...

Определите последний чётный номер слова, которое начинается с буквы О и в котором каждая буква встречается ровно один раз. Примечание. Слово - последовательность идущих подряд букв, не обязательно осмысленная.

Задание 8 (Прототип №8)

Все пятибуквенные слова, составленные из букв А, Л, Г, О, Р, И, Т, М, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААГ
3. ААААИ
4. ААААЛ
5. ААААМ
6. ААААО

7. ААААР Определите, под каким номером в этом списке стоит первое слово с чётным номером, которое не начинается с букв А или Г и при этом содержит в своей записи не менее двух букв Р. Примечание. Слово - последовательность идущих подряд букв, не обязательно осмысленная.

Прототип №15

Задание 1 (Прототип №15)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 9))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Задание 2 (Прототип №15)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x), если $B = [70, 90]$?

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \vee ((x \in B) \rightarrow \neg(\text{ДЕЛ}(x, 27))).$$

Задание 3 (Прототип №15)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 3) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 5)) \vee (x + A \geq 90)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

Задание 4 (Прототип №15)

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 29 \neq 0 \rightarrow (x \& 17 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Задание 5 (Прототип №15)

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $12 \& 6 = 1100_2 \& 0110_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наибольшего целого числа A формула

$$x \& A \neq 0 \rightarrow (x \& 36 = 0 \rightarrow x \& 6 \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Задание 6 (Прототип №15)

Для какого наибольшего целого числа A формула

$$((x \leq 9) \rightarrow (x \cdot x \leq A)) \wedge ((y \cdot y \leq A) \rightarrow (y \leq 9))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Задание 7 (Прототип №15)

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(y + 2x \neq 48) \vee (A < x) \vee (A < y)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Задание 8 (Прототип №15)

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [17, 46]$ и $Q = [22, 57]$. Отрезок A таков, что приведённая ниже формула истинна при любом значении переменной x :

$$\neg(x \in A) \rightarrow (((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A))$$

Какова наименьшая возможная длина отрезка A ?

Задание 9 (Прототип №15)

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [8, 39]$ и $Q = [23, 58]$.

Какова наименьшая возможная длина интервала A , при которой выражение

$$((x \in P) \vee (x \in A)) \rightarrow ((x \in Q) \vee (x \in A))$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Задание 10 (Прототип №15)

Элементами множества A , B и C являются целые числа.

$B = \{-42, -10, -8, 2, 16\}$, $C = \{-10, -4, 2, 15, 23\}$.

Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in B)) \vee (x \in C)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наибольшую возможную сумму элементов множества A .

Задание 11 (Прототип №15)

Элементами множеств A, P, Q являются натуральные числа, причём $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10\}$, $Q = \{3, 5, 7, 8, 30\}$.

Известно, что выражение

$$((x \notin Q) \rightarrow (x \notin A)) \wedge ((x \in P) \rightarrow (x \notin A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1 при любом значении переменной x).

Определите **наибольшее** количество элементов в множестве A .

Задание 12 (Прототип №15)

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A логическое выражение

$$(78125 \neq y + 4x) \vee (A > x) \wedge (A > y)$$

истинно (т.е. принимает значение 1) при любых целых положительных x и y ?

Ответы

Прототип №2

1. wzyx;
2. wzyx;
3. zyxw;
4. zwyx;
5. xwyz;

Прототип №8

1. 48;
2. 2200;
3. 720;
4. 5625;
5. 83175;
6. 58979;
7. 38306;
8. 8626;

Прототип №15

1. 18;
2. 81;
3. 75;
4. 12;
5. 38;
6. 99;
7. 15;
8. 24;
9. 15;
10. 56;
11. 2;
12. 78122.