

Баллодожималка. Домашнее задание 11.06.2026

ТЕОРИЯ ИГР + РЕКУРСИЯ (№23, №16, №19-21)

Прототип №23

Задание 1 (Прототип №23)

Исполнитель преобразует число на экране.

У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1

2. Умножить на 3

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 3. Программа для исполнителя — это последовательность команд. Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 1 в число 70, и при этом траектория вычислений содержит число 22?

Траектория вычислений — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 212 при исходном числе 4 траектория будет состоять из чисел 12, 13, 39.

Задание 2 (Прототип №23)

Исполнитель ДваждыДва преобразует число на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 2

2. Умножить на 2

Первая команда увеличивает число на экране на 2, вторая умножает его на 2. Программа для исполнителя ДваждыДва — это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 1 в число 30, и при этом траектория вычислений содержит число 14?

Траектория вычислений — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 212 при исходном числе 4 траектория будет состоять из чисел 8, 10, 20.

Задание 3 (Прототип №23)

Исполнитель преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1

2. Прибавить 2

3. Умножить на 2

Программа для исполнителя — это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 3 результатом является число 18, и при этом траектория вычислений содержит число 14 и не содержит число 8?

Задание 4 (Прототип №23)

Исполнитель преобразует число, записанное на экране.

У исполнителя есть команды, которым присвоены номера:

1. Вычесть 2

2. Вычесть 3

3. Разделить нацело на 3.

Первая команда уменьшает число на экране на 2, вторая — на 3, третья — уменьшает число в 3 раза. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 20 результатом является число 3?

Задание 5 (Прототип №23)

Исполнитель преобразует число на экране.

У исполнителя есть три команды, которые обозначены буквами:

А. Прибавить 1

В. Умножить на 2

С. Возвести в квадрат

Программа для исполнителя — это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 3 в число 25 и при этом траектория вычислений не содержит числа 12?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы **ВАС** при исходном числе 1 траектория будет состоять из чисел 2, 3, 9.

Прототип №16

Задание 1 (Прототип №16)

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 10, \text{ при } n < 11;$$

$$F(n) = n + F(n - 1), \text{ если } n \geq 11.$$

Чему равно значение выражения $F(2021) - F(2019)$?

Задание 2 (Прототип №16)

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1;$$

$$F(n) = 2 \cdot n \cdot F(n - 1), \text{ если } n > 1.$$

Чему равно значение выражения $(F(2024) - 4 \cdot F(2023)) / F(2022)$?

Задание 3 (Прототип №16)

Функция $F(n)$, где n — натуральное число, задана следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ если } n < 3,$$

$$F(n) = (n - 1) \times F(n - 2), \text{ если } n \geq 3.$$

Чему равно значение выражения $(F(2025) - F(2023)) / F(2021)$?

Задание 4 (Прототип №16)

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = G(n - 1) + G(n - 3);$$

$$G(n) = 3 \times n, \text{ если } n \leq 9.$$

$$G(n) = G(n - 4) + 2, \text{ если } n > 9.$$

Чему равно значение выражения $F(42999)$?

Задание 5 (Прототип №16)

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2 \times (G(n - 3) + 8);$$

$$G(n) = 2 \times n, \text{ если } n < 10.$$

$$G(n) = G(n - 2) + 1, \text{ если } n \geq 10.$$

Чему равно значение выражения $F(15548)$?

Прототип №19-21

Задание 1 (Прототип 19)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один или два камня** или **увеличить количество камней в куче в три раза**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 74. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 74 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 73$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Задание 2 (Прототип 20)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один или два камня** или **увеличить количество камней в куче в три раза**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 74. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 74 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 73$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите три таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
 - Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
- Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

Задание 3 (Прототип 21)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один или два камня** или **увеличить количество камней в куче в три раза**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 74. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 74 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 73$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задание 4 (Прототип 19)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень** или **увеличить количество камней в куче в три раза**. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 46. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 46 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 45$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, то есть не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Укажите такое значение S , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Задание 5 (Прототип 20)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень** или **увеличить количество камней в куче в три раза**. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 46. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 46 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 45$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, то есть не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

Задание 6 (Прототип 21)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень** или **увеличить количество камней в куче в три раза**. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 46. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 46 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 45$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, то есть не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите значение S , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволяла бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задание 7 (Прототип 19)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень** или **увеличить количество камней в куче в два раза**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 231. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 231 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 17 камней, во второй куче — S камней; $1 \leq S \leq 213$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Задание 8 (Прототип 20)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень** или **увеличить количество камней в куче в два раза**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 231. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 231 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 17 камней, во второй куче — S камней; $1 \leq S \leq 213$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Найдите два наименьших значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
 - Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
- Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

Задание 9 (Прототип 21)

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень** или **увеличить количество камней в куче в два раза**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 231. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 231 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 17 камней, во второй куче — S камней; $1 \leq S \leq 213$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответы

Прототип №23

1. 45;
2. 20;
3. 360;
4. 76;
5. 21;

Прототип №16

1. 4041;
2. 16362024;
3. 4090506;
4. 43032;

5. 15588;

Прототип №19-21

1. 9;
2. 82223;
3. 21;
4. 15;
5. 514;
6. 13;
7. 54;
8. 98106;
9. 97.