

## Баллодожималка. Домашнее задание 12.06.2026

## АЛГЕБРА ЛОГИКИ и КОМБИНАТОРИКА (№2, №8, №15)

## Прототип №2

## Задание 1 (Прототип №2)

Логическая функция  $F$  задаётся выражением  $(x \vee y) \wedge \neg(y \equiv z) \wedge \neg w$ . На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции  $F$ , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции  $F$  соответствует каждая из переменных  $x, y, z, w$ .

| Переменная 1 | Переменная 2 | Переменная 3 | Переменная 4 | Функция |
|--------------|--------------|--------------|--------------|---------|
| ???          | ???          | ???          | ???          | $F$     |
| 1            |              | 1            |              | 1       |
| 0            | 1            |              | 0            | 1       |
|              | 1            | 1            | 0            | 1       |

В ответе напишите буквы  $x, y, z, w$  в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение  $x \rightarrow y$ , зависящее от двух переменных  $x$  и  $y$ , и фрагмент таблицы истинности:

| Переменная 1 | Переменная 2 | Функция |
|--------------|--------------|---------|
| ???          | ???          | $F$     |
| 0            | 1            | 0       |

Тогда первому столбцу соответствует переменная  $y$ , а второму столбцу соответствует переменная  $x$ . В ответе нужно написать:  $yx$ .

## Задание 2 (Прототип №2)

Миша заполнял таблицу истинности функции  $(x \wedge \neg y) \vee (x \equiv z) \vee \neg w$ , но успел заполнить лишь фрагмент из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных  $w, x, y, z$ .

|   |   |   |   | $(x \wedge \neg y) \vee (x \equiv z) \vee \neg w$ |
|---|---|---|---|---------------------------------------------------|
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0                                                 |
| 0 |   |   |   | 0                                                 |
|   | 1 | 0 | 1 | 0                                                 |

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных  $w, x, y, z$ .

В ответе напишите буквы  $w, x, y, z$  в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Функция задана выражением  $\neg x \vee y$ , зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имеет следующий вид.

|   |   | $\neg x \vee y$ |
|---|---|-----------------|
| 0 | 1 | 0               |

В этом случае первому столбцу соответствует переменная  $y$ , а второму столбцу – переменная  $x$ . В ответе следует написать  $yx$ .

### Задание 3 (Прототип №2)

Логическая функция  $F$  задаётся выражением  $(x \equiv (w \vee y)) \vee ((w \rightarrow z) \wedge (y \rightarrow w))$ .

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности функции  $F$ .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $w$ .

| Переменная 1 | Переменная 2 | Переменная 3 | Переменная 4 | Функция |
|--------------|--------------|--------------|--------------|---------|
| ???          | ???          | ???          | ???          | $F$     |
| 1            |              |              | 1            | 0       |
|              |              |              | 1            | 0       |
| 1            |              | 1            |              | 0       |

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных  $w$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

В ответе напишите буквы  $w$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение  $x \rightarrow y$ , зависящее от двух переменных  $x$  и  $y$ , и фрагмент таблицы истинности:

| Переменная 1 | Переменная 2 | Функция |
|--------------|--------------|---------|
| ???          | ???          | $F$     |
| 0            | 1            | 0       |

Тогда первому столбцу соответствует переменная  $y$ , а второму столбцу соответствует переменная  $x$ . В ответе нужно написать:  $yx$ .

### Задание 4 (Прототип №2)

Логическая функция  $F$  задаётся выражением  $(\neg x \vee y \vee z) \equiv (\neg y \wedge z \wedge w)$ . На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции  $F$ , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции  $F$  соответствует каждая из переменных  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $w$ .

| ? | ? | ? | ? | $F$ |
|---|---|---|---|-----|
|   | 1 | 1 | 1 | 1   |
|   | 0 | 0 |   | 1   |
|   | 1 |   | 1 | 1   |

В ответе напишите буквы  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $w$  в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

### Задание 5 (Прототип №2)

Логическая функция  $F$  задаётся выражением  $((z \rightarrow w) \vee (y \equiv w)) \wedge ((x \vee z) \equiv y)$ . На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции  $F$ , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции  $F$  соответствует каждая из переменных  $x, y, z, w$ .

| ? | ? | ? | ? | F |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
|   | 1 | 0 |   | 1 |
| 0 |   |   | 1 | 1 |

В ответе напишите буквы  $x, y, z, w$  в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

## Прототип №8

### Задание 1 (Прототип №8)

Сколько слов длины 4, начинающихся с согласной буквы и заканчивающихся гласной буквой, можно составить из букв К, Р, Е, С, Л, О? Каждая буква может входить в слово несколько раз. Слова не обязательно должны быть осмысленными словами русского языка.

### Задание 2 (Прототип №8)

Все четырёхбуквенные слова, в составе которых могут быть только буквы А, В, Т, О, Р, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1. Ниже приведено начало списка:

1. АААА
2. АААВ
3. АААО
4. АААР
5. АААТ
6. ААВА

Под каким номером в списке идёт слово ВАТА?

### Задание 3 (Прототип №8)

Определите количество семизначных чисел, записанных в девятеричной системе счисления, учитывая, что числа не могут начинаться с цифр 3 и 7 и не должны содержать пары соседних одинаковых цифр (например, 00).

### Задание 4 (Прототип №8)

Все пятибуквенные слова, в составе которых могут быть только русские буквы С, О, Л, Н, Ц, Е, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы начиная с 1.

Ниже приведено начало списка.

1. ЕЕЕЕЕ
2. ЕЕЕЕЛ
3. ЕЕЕЕН
4. ЕЕЕЕО
5. ЕЕЕЕС
6. ЕЕЕЕЦ
7. ЕЕЕЛЕ

...

Под каким номером в списке идёт первое слово, которое содержит не более 1 буквы Е и не содержит букв Л?

### Задание 5 (Прототип №8)

Определите количество пятизначных чисел, записанных в девятеричной системе счисления, которые не начинаются с нечетных цифр, не оканчиваются цифрами 1 или 8, а также содержат в своей записи не более одной цифры 3.

### Задание 6 (Прототип №8)

Все пятибуквенные слова, в составе которых могут быть только русские буквы А, К, Л, М, Н, Я, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы начиная с 1.

Ниже приведено начало списка.

1. ААААА
2. ААААК
3. ААААЛ
4. ААААМ
5. ААААН
6. ААААЯ
7. АААКА

...

Под каким номером в списке идёт первое слово, которое начинается на буквы КМ?

### Задание 7 (Прототип №8)

Все шестибуквенные слова, составленные из букв М, А, Н, Г, У, С, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. АААААА
2. АААААГ
3. АААААМ
4. АААААН
5. АААААС
6. АААААТ
7. АААААУ

...

Под каким номером в списке стоит последнее слово, которое не начинается с буквы У, содержит только две буквы М и не более одной буквы Г.

### Задание 8 (Прототип №8)

Определите количество восьмеричных пятизначных чисел, которые не начинаются с нечётных цифр, не оканчиваются цифрами 2 или 6, а также содержат не более двух цифр 7.

### Задание 9 (Прототип №8)

Все пятибуквенные слова, составленные из букв С, Т, Р, О, К, А, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААК
3. ААААО
4. ААААР
5. ААААС
6. ААААТ

Определите, под каким номером этом списке стоит последнее слово с нечетным номером, которые не начинается с букв А или Л и при этом содержит в своей записи ровно одну букву С. Примечание. Слово - последовательность идущих подряд букв, не обязательно осмысленная.

### Задание 10 (Прототип №8)

Сколько существует шестизначных чисел, записанных в семнадцатеричной системе счисления, в которых все цифры различны и никакие три чётные или три нечётные цифры не стоят рядом?

## Прототип №15

### Задание 1 (Прототип №15)

Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ».

Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(120, A) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 18) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 24)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

### Задание 2 (Прототип №15)

Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ».

Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 2) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 3)) \vee (x + A \geq 100)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

### Задание 3 (Прототип №15)

Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Так, например,  $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$ .

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа  $A$  формула

$$x \& 25 \neq 0 \rightarrow (x \& 17 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной  $x$ )?

### Задание 4 (Прототип №15)

Обозначим через  $m \& n$  поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел  $m$  и  $n$ . Так, например,  $12 \& 6 = 1100_2 \& 0110_2 = 0100_2 = 4$ .

Для какого наибольшего целого числа  $A$  формула

$$x \& A \neq 0 \rightarrow (x \& 10 = 0 \rightarrow x \& 3 \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной  $x$ )?

### Задание 5 (Прототип №15)

Сколько существует целых значений числа  $A$ , при которых формула

$$((x < A) \rightarrow (x^2 < 100)) \wedge ((y^2 \leq 64) \rightarrow (y \leq A))$$

тождественно истинна при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?



**Задание 6 (Прототип №15)**

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(y + 2x < A) \vee (x > 30) \vee (y > 20)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?

**Задание 7 (Прототип №15)**

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(x > A) \vee (y > A) \vee (2y + x < 110)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?

**Задание 8 (Прототип №15)**

На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [17, 40]$  и  $Q = [20, 57]$ . Отрезок  $A$  таков, что приведённая ниже формула истинна при любом значении переменной  $x$ :

$$\neg(x \in A) \rightarrow (((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A))$$

Какова наименьшая возможная длина отрезка  $A$ ?

**Задание 9 (Прототип №15)**

На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12, 62]$  и  $Q = [52, 92]$ . Какова наименьшая возможная длина интервала  $A$ , что логическое выражение

$$\neg(\neg(x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

**Задание 10 (Прототип №15)**

На числовой прямой даны три отрезка:  $P = [13; 31]$ ,  $Q = [18; 80]$  и  $R = [48; 114]$ .

Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , для которого формула

$$\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ ).

**Задание 11 (Прототип №15)**

Элементами множеств  $A, P, Q$  являются натуральные числа, причём

$P = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$ ,  $Q = \{15, 18, 21, 24, 27, 30\}$ .

Известно, что выражение

$$\neg((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \wedge (x \notin A)$$

ложно (т. е. принимает значение 0 при любом значении переменной  $x$ ).

Определите **наименьшую** возможную сумму элементов в множестве  $A$ .

**Задание 12 (Прототип №15)**

Элементами множеств  $A$ ,  $P$  и  $Q$  являются натуральные числа, причём  $P = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$  и  $Q = \{4, 9, 14, 19, 24, 29, 34, 39, 44, 49\}$ . Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (\neg(x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ . Определите **наибольшую** возможную сумму элементов множества  $A$ .

**Задание 13 (Прототип №15)**

Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  выражение

$$\text{ДЕЛ}(x, 22229) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 22247))$$

истинно (т.е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной  $x$ ?

## Ответы

### Прототип №23

1. zywx;
2. xwzy;
3. yxzw,
4. ywzx;
5. zywx.

### Прототип №8

1. 288;
2. 146;
3. 1572864;
4. 519;
5. 18944;
6. 1945;
7. 100810;
8. 9135;
9. 7775;

10. 3873408.

### Прототип №15

1. 24;
2. 94;
3. 8;
4. 11;
5. 3;
6. 81;
7. 36;
8. 20;
9. 40;
10. 17;
11. 45;
12. 337;
13. 494528563.