

## Баллодожималка. Доп.задачи (№5, №6, №12, №14)

## Прототип №5

## Задание 1 (Прототип №5)

На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа  $N$ .
2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:
  - а) если сумма цифр в двоичной записи числа чётная, то к этой записи справа дописывается 0, а затем два левых разряда заменяются на 10;
  - б) если сумма цифр в двоичной записи числа нечётная, то к этой записи справа дописывается 1, а затем два левых разряда заменяются на 11.

Полученная таким образом запись является двоичной записью искомого числа  $R$ .

3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

*Например*, для исходного числа  $6_{10} = 110_2$  результатом является число  $1000_2 = 8_{10}$ , а для исходного числа  $4_{10} = 100_2$  это число  $1101_2 = 13_{10}$ .

Укажите максимальное число  $N$ , после обработки которого с помощью этого алгоритма получается число  $R$ , **не превышающее 19**. В ответе запишите это число в десятичной системе счисления.

## Задание 2 (Прототип №5)

На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа  $N$ .
2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:
  - а) если число  $N$  делится на 3, то к этой записи дописываются её три последние двоичные цифры;
  - б) если число  $N$  на 3 не делится, то остаток от деления умножается на 3, переводится в двоичную запись и дописывается в конец числа. Полученная таким образом запись является двоичной записью искомого числа  $R$ .

3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

*Например*, для исходного числа  $12_{10} = 1100_2$  результатом является число  $1100100_2 = 100_{10}$ , а для исходного числа  $4_{10} = 100_2$  это число  $10011_2 = 19_{10}$ .

Укажите минимальное число  $N$ , после обработки которого с помощью этого алгоритма получается число  $R$ , не меньшее 200

### Задание 3 (Прототип №5)

На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

1. Строится троичная запись числа  $N$ .
2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:
  - а) если число  $N$  делится на 3, то к этой записи справа дописываются две последние троичные цифры;
  - б) если число  $N$  на 3 не делится, то вычисляется сумма цифр полученной троичной записи, эта сумма умножается на 3, переводится в троичную систему счисления дописывается в конец числа.

Полученная таким образом запись является троичной записью искомого числа  $R$ .

3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

*Например*, для исходного числа  $8_{10} = 22_3$  результатом является число  $22110_3 = 228_{10}$ , а для исходного числа  $9_{10} = 100_3$  это число  $10000_3 = 81_{10}$ .

Укажите минимальное нечётное число  $R$ , большее 208, которое может быть получено с помощью описанного алгоритма.

В ответе запишите это число в десятичной системе счисления.

### Задание 4 (Прототип №5)

На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа  $N$ .
2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:
  - а) если сумма цифр в двоичной записи числа чётная, то к этой записи справа дописывается 0, а затем два левых разряда заменяются на 10;
  - б) если сумма цифр в двоичной записи числа нечётная, то к этой записи справа дописывается 1, а затем два левых разряда заменяются на 11.

Полученная таким образом запись является двоичной записью искомого числа  $R$ .

*Например*, для исходного числа  $6_{10} = 110_2$  результатом является число  $1000_2 = 8_{10}$ , а для исходного числа  $4_{10} = 100_2$  результатом является число  $1101_2 = 13_{10}$ .

Укажите минимальное число  $N$ , после обработки которого с помощью этого алгоритма получается число  $R$ , большее 480. В ответе запишите это число в десятичной системе счисления.

### Задание 5 (Прототип №5)

На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа  $N$ .
2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:
  - а) если число чётное, то к двоичной записи числа слева дописывается 10;
  - б) если число нечётное, то к двоичной записи числа слева дописывается 1 и справа дописывается 01.

Полученная таким образом запись является двоичной записью искомого числа  $R$ .

3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

*Например*, для исходного числа  $4_{10} = 100_2$  результатом является число  $10100_2 = 20_{10}$ , а для исходного числа  $5_{10} = 101_2$  это число  $110101_2 = 53_{10}$ .

Укажите минимальное число  $R$ , которое может быть результатом работы данного алгоритма, при условии, что  $N$  больше, чем 18. В ответе запишите это число в десятичной системе счисления.

### Задание 6 (Прототип №5)

На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

1. Строится троичная запись числа  $N$ .
2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:
  - а) если число  $N$  делится на 3, то к этой записи справа дописываются две последние троичные цифры;
  - б) если число  $N$  на 3 не делится, то вычисляется сумма цифр полученной троичной записи, эта сумма умножается на 2, переводится в троичную систему счисления и дописывается в конец числа.

Полученная таким образом запись является троичной записью искомого числа  $R$ .

3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

*Например*, для исходного числа  $8_{10} = 22_3$  результатом является число  $2222_3 = 80_{10}$ , а для исходного числа  $9_{10} = 100_3$  это число  $10000_3 = 81_{10}$ .

Укажите минимальное нечётное число  $R$ , большее 520, которое может быть получено с помощью описанного алгоритма.

В ответе запишите это число в десятичной системе счисления.

### Задание 7 (Прототип №5)

На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

1. Строится троичная запись числа  $N$ .
2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:
  - а) если число  $N$  делится на 3, то к этой записи справа дописываются две последние троичные цифры;
  - б) если число  $N$  на 3 не делится, то вычисляется сумма цифр полученной троичной записи, эта сумма умножается на 2, переводится в троичную систему счисления и дописывается в конец числа.

Полученная таким образом запись является троичной записью искомого числа  $R$ .

3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

*Например*, для исходного числа  $8_{10} = 22_3$  результатом является число  $2222_3 = 80_{10}$ , а для исходного числа  $9_{10} = 100_3$  это число  $10000_3 = 81_{10}$ .

Укажите минимальное чётное число  $R$ , большее 350, которое может быть получено с помощью описанного алгоритма.

В ответе запишите это число в десятичной системе счисления.

### Задание 8 (Прототип №5)

На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

1. Строится троичная запись числа  $N$ .
2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:
  - а) если число  $N$  делится на 3, то слева к нему приписывается «1», а справа «02»;
  - б) если число  $N$  на 3 не делится, то остаток от деления на 3 умножается на 4, переводится в троичную запись и дописывается в конец числа. Полученная таким образом запись является троичной записью искомого числа  $R$ .
3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

*Например*, для исходного числа  $11_{10} = 102_3$  результатом является число  $10222_3 = 107_{10}$ , а для исходного числа  $12_{10} = 110_3$  это число  $111002_3 = 353_{10}$ .

Укажите максимальное число  $N$ , после обработки которого с помощью этого алгоритма получается число  $R$ , меньшее 100.

## Задание 9 (Прототип №5)

На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа  $N$ .
2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:
  - а) если число чётное, то к двоичной записи числа слева дописывается 10;
  - б) если число нечётное, то к двоичной записи числа слева дописывается 1 и справа дописывается 01

Полученная таким образом запись является двоичной записью искомого числа  $R$ .

3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

*Например*, для исходного числа  $4_{10} = 100_2$  результатом является число  $20_{10} = 10100_2$ , а для исходного числа  $5_{10} = 101_2$  это число  $53_{10} = 110101_2$ .

Укажите максимальное число  $N$ , после обработки которого с помощью этого алгоритма получается число  $R$ , меньшее, чем 30. В ответе запишите это число в десятичной системе счисления.

## Задание 10 (Прототип №5)

На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа  $N$ .
2. Далее эта запись обрабатывается по следующему правилу:
  - а) если число  $N$  делится на 3, то к этой записи дописываются три последние двоичные цифры;
  - б) если число  $N$  на 3 не делится, то остаток от деления умножается на 3, переводится в двоичную запись и дописывается в конец числа.

Полученная таким образом запись является двоичной записью искомого числа  $R$ .

3. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

*Например*, для исходного числа  $12_{10} = 1100_2$  результатом является число  $1100100_2 = 100_{10}$ , а для исходного числа  $4_{10} = 100_2$  это число  $10011_2 = 19_{10}$ .

Укажите максимальное число  $N$ , после обработки которого с помощью этого алгоритма получается число  $R$ , меньшее 130.

## Прототип №6

### Задание 1 (Прототип №6)

Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует 6 команд: **Поднять хвост**, означающая переход к перемещению без рисования; **Опустить хвост**, означающая переход в режим рисования; **Вперёд n** (где n – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на n единиц в том направлении, куда указывает её голова; **Назад n** (где n – целое число), вызывающая передвижение в противоположном голове направлении; **Направо m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов по часовой стрелке, **Налево m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов против часовой стрелки.

Запись **Повтори k [Команда1 Команда2 ... КомандаS]** означает, что последовательность из S команд повторится k раз.

Черепахе был дан для исполнения следующий алгоритм:

**Направо 45**

**Повтори 3 [Направо 45 Вперёд 10 Направо 45]**

**Направо 315 Вперёд 10 Направо 90**

**Вперёд 20 Направо 90**

**Повтори 2 [Вперёд 10 Направо 90].**

Определите, сколько точек с целочисленными координатами находятся внутри области, которая ограничена линией, заданной алгоритмом. Точки на линии учитывать не следует.

### Задание 2 (Прототип №6)

Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует 6 команд: **Поднять хвост**, означающая переход к перемещению без рисования; **Опустить хвост**, означающая переход в режим рисования; **Вперёд n** (где n – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на n единиц в том направлении, куда указывает её голова; **Назад n** (где n – целое число), вызывающая передвижение в противоположном голове направлении; **Направо m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов по часовой стрелке, **Налево m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов против часовой стрелки.

Запись **Повтори k [Команда1 Команда2 ... КомандаS]** означает, что последовательность из S команд повторится k раз.

Черепахе был дан для исполнения следующий алгоритм:

**Повтори 2 [Вперёд 14 Налево 270 Назад 12 Направо 90]**

**Поднять хвост**

**Вперёд 9 Направо 90 Назад 7 Налево 90**

**Опустить хвост**

**Повтори 2 [Вперёд 13 Направо 90 Вперёд 6 Направо 90]**

Определите, сколько точек с целочисленными координатами находятся внутри объединения фигур, ограниченного заданными алгоритмом линиями, включая точки на линиях.

### Задание 3 (Прототип №6)

Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует 6 команд: **Поднять хвост**, означающая переход к перемещению без рисования; **Опустить хвост**, означающая переход в режим рисования; **Вперёд n** (где n – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на n единиц в том направлении, куда указывает её голова; **Назад n** (где n – целое число), вызывающая передвижение в противоположном голове направлении; **Направо m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов по часовой стрелке, **Налево m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов против часовой стрелки.

Запись **Повтори k [Команда1 Команда2 ... КомандаS]** означает, что последовательность из S команд повторится k раз.

Черепаха выполнила следующую программу:

**Повтори 6 [Вперёд 33 Направо 90 Вперёд 20 Направо 90]**

**Поднять хвост**

**Вперёд 3 Направо 90 Вперёд 9 Налево 90**

**Опустить хвост**

**Повтори 6 [Вперёд 24 Направо 90 Вперёд 25 Направо 90]**

Определите, сколько точек с целочисленными координатами находится внутри пересечения фигур, ограниченных заданными алгоритмом линиями. Точки на границах этого пересечения учитывать не следует.

### Задание 4 (Прототип №6)

Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует 6 команд: **Поднять хвост**, означающая переход к перемещению без рисования; **Опустить хвост**, означающая переход в режим рисования; **Вперёд n** (где n – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на n единиц в том направлении, куда указывает её голова; **Назад n** (где n – целое число), вызывающая передвижение в противоположном голове направлении; **Направо m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов по часовой стрелке, **Налево m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов против часовой стрелки.

Запись **Повтори k [Команда1 Команда2 ... КомандаS]** означает, что последовательность из S команд повторится k раз.

Черепаха выполнила следующую программу:

**Направо 30 Повтори 3 [Направо 150 Вперёд 6 Направо 30 Вперёд 12].**

Определите, сколько точек с целочисленными координатами будут находиться внутри области, которая ограничена линией, заданной алгоритмом. Точки на линии учитывать не следует.

## Задание 5 (Прототип №6)

Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует 6 команд: **Поднять хвост**, означающая переход к перемещению без рисования; **Опустить хвост**, означающая переход в режим рисования; **Вперёд  $n$**  (где  $n$  – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на  $n$  единиц в том направлении, куда указывает её голова; **Назад  $n$**  (где  $n$  – целое число), вызывающая передвижение в противоположном голове направлении; **Направо  $m$**  (где  $m$  – целое число), вызывающая изменение направления движения на  $m$  градусов по часовой стрелке, **Налево  $m$**  (где  $m$  – целое число), вызывающая изменение направления движения на  $m$  градусов против часовой стрелки.

Запись **Повтори  $k$  [Команда1 Команда2 ... КомандаS]** означает, что последовательность из  $S$  команд повторится  $k$  раз.

Черепаха выполнила следующую программу:

**Повтори 2 [Вперёд 1 Налево 270 Вперёд 16 Направо 90]**

**Поднять хвост**

**Назад 4 Направо 90 Вперёд 10 Налево 90**

**Опустить хвост**

**Повтори 2 [Вперёд 17 Направо 90 Вперёд 7 Направо 90].**

Определите площадь объединения фигур, ограниченных заданными алгоритмом линиями.

## Задание 6 (Прототип №6)

Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует 6 команд: **Поднять хвост**, означающая переход к перемещению без рисования; **Опустить хвост**, означающая переход в режим рисования; **Вперёд  $n$**  (где  $n$  – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на  $n$  единиц в том направлении, куда указывает её голова; **Назад  $n$**  (где  $n$  – целое число), вызывающая передвижение в противоположном голове направлении; **Направо  $m$**  (где  $m$  – целое число), вызывающая изменение направления движения на  $m$  градусов по часовой стрелке, **Налево  $m$**  (где  $m$  – целое число), вызывающая изменение направления движения на  $m$  градусов против часовой стрелки.

Запись **Повтори  $k$  [Команда1 Команда2 ... КомандаS]** означает, что последовательность из  $S$  команд повторится  $k$  раз.

Черепаха выполнила следующую программу:

**Повтори 6 [Вперёд 71 Направо 90 Вперёд 73 Направо 90]**

**Поднять хвост**

**Вперёд 18 Направо 90 Вперёд 22 Налево 90**

**Опустить хвост**

**Повтори 6 [Вперёд 45 Направо 90 Вперёд 58 Направо 90]**

Определите, сколько точек с целочисленными координатами находятся внутри пересечения фигур, ограниченных заданными алгоритмом линиями, включая точки на границах этого пересечения.

## Задание 7 (Прототип №6)

Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует 6 команд: **Поднять хвост**, означающая переход к перемещению без рисования; **Опустить хвост**, означающая переход в режим рисования; **Вперёд n** (где n – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на n единиц в том направлении, куда указывает её голова; **Назад n** (где n – целое число), вызывающая передвижение в противоположном голове направлении; **Направо m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов по часовой стрелке, **Налево m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов против часовой стрелки.

Запись **Повтори k [Команда1 Команда2 ... КомандаS]** означает, что последовательность из S команд повторится k раз.

Черепаха выполнила следующую программу:

**Повтори 6 [Вперёд 8 Направо 90 Вперёд 35 Направо 90]**

**Поднять хвост**

**Вперёд 12 Направо 90 Вперёд 15 Направо 90**

**Опустить хвост**

**Повтори 6 [Вперёд 28 Направо 90 Вперёд 25 Направо 90]**

Определите, сколько точек с целочисленными координатами находятся внутри пересечения фигур, ограниченных заданными алгоритмом линиями. Точки на границах этого пересечения учитывать не следует.

## Задание 8 (Прототип №6)

Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует 6 команд: **Поднять хвост**, означающая переход к перемещению без рисования; **Опустить хвост**, означающая переход в режим рисования; **Вперёд n** (где n – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на n единиц в том направлении, куда указывает её голова; **Назад n** (где n – целое число), вызывающая передвижение в противоположном голове направлении; **Направо m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов по часовой стрелке, **Налево m** (где m – целое число), вызывающая изменение направления движения на m градусов против часовой стрелки.

Запись **Повтори k [Команда1 Команда2 ... КомандаS]** означает, что последовательность из S команд повторится k раз.

Черепаха выполнила следующую программу:

**Повтори 3 [Вперёд 39 Направо 90 Вперёд 48 Направо 90]**

**Поднять хвост**

**Вперёд 27 Направо 90 Вперёд 24 Налево 90**

**Опустить хвост**

**Повтори 3 [Вперёд 29 Направо 90 Назад 18 Направо 90]**

Определите площадь объединения фигур, ограниченного заданными алгоритмом линиями.

## Задание 9 (Прототип №6)

Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует 6 команд: **Поднять хвост**, означающая переход к перемещению без рисования; **Опустить хвост**, означающая переход в режим рисования; **Вперёд  $n$**  (где  $n$  – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на  $n$  единиц в том направлении, куда указывает её голова; **Назад  $n$**  (где  $n$  – целое число), вызывающая передвижение в противоположном голове направлению; **Направо  $m$**  (где  $m$  – целое число), вызывающая изменение направления движения на  $m$  градусов по часовой стрелке, **Налево  $m$**  (где  $m$  – целое число), вызывающая изменение направления движения на  $m$  градусов против часовой стрелки.

Запись **Повтори  $k$  [Команда1 Команда2 ... КомандаS]** означает, что последовательность из  $S$  команд повторится  $k$  раз.

Черепаха выполнила следующую программу:

**Повтори 5 [Вперёд 37 Направо 90 Вперёд 44 Направо 90]**

**Поднять хвост**

**Назад 18 Направо 90 Вперёд 29 Налево 90**

**Опустить хвост**

**Повтори 5 [Вперёд 31 Направо 90 Вперёд 35 Направо 90]**

Определите, сколько точек с целочисленными координатами находятся внутри пересечения фигур, ограниченного заданными алгоритмом линиями, включая точки на линиях.

## Задание 10 (Прототип №6)

Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует 6 команд: **Поднять хвост**, означающая переход к перемещению без рисования; **Опустить хвост**, означающая переход в режим рисования; **Вперёд  $n$**  (где  $n$  – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на  $n$  единиц в том направлении, куда указывает её голова; **Назад  $n$**  (где  $n$  – целое число), вызывающая передвижение в противоположном голове направлении; **Направо  $m$**  (где  $m$  – целое число), вызывающая изменение направления движения на  $m$  градусов по часовой стрелке, **Налево  $m$**  (где  $m$  – целое число), вызывающая изменение направления движения на  $m$  градусов против часовой стрелки.

Запись **Повтори  $k$  [Команда1 Команда2 ... КомандаS]** означает, что последовательность из  $S$  команд повторится  $k$  раз.

Черепаха выполнила следующую программу:

**Повтори 2 [Вперёд 3 Направо 90 Вперёд 20 Направо 90]**

**Поднять хвост**

**Назад 8 Направо 90 Вперёд 9 Налево 90**

**Опустить хвост**

**Повтори 2 [Вперёд 16 Направо 90 Вперёд 8 Направо 90]**

Определите, сколько точек с целочисленными координатами находится внутри объединения фигур, ограниченного заданными алгоритмом линиями, включая точки на линиях.

## Прототип №12

### Описание работы машины Тьюринга

Исполнитель МТ представляет собой читающую и записывающую головку, которая может передвигаться вдоль бесконечной горизонтальной ленты, разделённой на равные ячейки. В каждой ячейке находится ровно один символ из алфавита исполнителя (множество символов  $A = \{a_0, a_1, \dots, a_{n-1}\}$ ), включая специальный пустой символ  $a_0$ .

Время работы исполнителя делится на дискретные такты (шаги). На каждом такте головка МТ находится в одном из множества допустимых состояний  $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_{n-1}\}$ . В начальный момент времени головка находится в начальном состоянии  $q_0$ .

На каждом такте головка обозревает одну ячейку ленты, называемую текущей ячейкой. За один такт головка исполнителя может переместиться в ячейку справа или слева от текущей, не меняя находящийся в ней символ, или заменить символ в текущей ячейке без сдвига в соседнюю ячейку. После каждого такта головка переходит в новое состояние или остаётся в прежнем состоянии.

Программа работы исполнителя МТ задаётся в табличном виде.

|       | $a_0$   | $a_1$   | ... |
|-------|---------|---------|-----|
| $q_0$ | команда | команда | ... |
| $q_1$ | команда | команда | ... |
| ...   | ...     | ...     | ... |

В первой строке перечислены все возможные символы в текущей ячейке ленты, в первом столбце - возможные состояния головки. На пересечении  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца находится команда, которую выполняет МТ, когда головка обозревает  $j$ -й символ, находясь в  $i$ -м состоянии. Если пара «символ - состояние» невозможна, то клетка для команды остаётся пустой.

Каждая команда состоит из трёх элементов, разделённых запятыми: первый элемент - записываемый в текущую ячейку символ алфавита (может совпадать с тем, который там уже записан). Второй элемент - один из четырёх символов «L», «R», «N», «S». Символы «L» и «R» означают сдвиг в левую или правую ячейки соответственно, «N» - отсутствие сдвига, «S» - завершение работы исполнителя МТ после выполнения текущей команды. Сдвиг происходит после записи символа в текущую ячейку. Третий элемент - новое состояние головки после выполнения команды.

Например, команда 0, L,  $q_3$  выполняется следующим образом: в текущую ячейку записывается символ «0», затем головка сдвигается в соседнюю слева ячейку и переходит в состояние  $q_3$ .

## Задание 1 (Прототип №12)

На ленте в соседних ячейках записано двоичное представление числа 1023 без ведущих нулей. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами « $\lambda$ ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей справа к последовательности ячейке. Программа работы исполнителя:

|       | $\lambda$         | 0           | 1           |
|-------|-------------------|-------------|-------------|
| $q_0$ | $\lambda, L, q_1$ |             |             |
| $q_1$ | $1, L, q_2$       | $1, S, q_2$ | $0, L, q_1$ |
| $q_2$ | $\lambda, S, q_2$ |             |             |

Определите результат выполнения программы. В ответе запишите получившееся число в десятичной системе счисления.

## Задание 2 (Прототип №12)

На ленте в соседних ячейках записана последовательность из 1000 символов, включающая только нули и единицы. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами « $\lambda$ ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей ячейке справа от последовательности. Программа работы исполнителя:

|       | $\lambda$         | 1           | 0           |
|-------|-------------------|-------------|-------------|
| $q_0$ | $\lambda, L, q_1$ |             |             |
| $q_1$ | $\lambda, S, q_1$ | $0, S, q_1$ | $1, L, q_1$ |

После выполнения программы на ленте осталось ровно 343 нуля. Определите максимально возможное число нулей в исходной последовательности.

## Задание 3 (Прототип №12)

На ленте в соседних ячейках записано двоичное представление числа 2028 без ведущих нулей. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами « $\lambda$ ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей слева от последовательности ячейке. Программа работы исполнителя:

|       | $\lambda$         | 0           | 1           |
|-------|-------------------|-------------|-------------|
| $q_0$ | $\lambda, R, q_1$ |             |             |
| $q_1$ | $0, R, q_2$       | $0, R, q_1$ | $1, R, q_1$ |
| $q_2$ | $0, R, q_3$       |             |             |
| $q_3$ | $\lambda, S, q_3$ |             |             |

Определите результат работы программы. В ответе запишите получившееся на ленте число в десятичной системе счисления.

### Задание 4 (Прототип №12)

На ленте исполнителя МТ в соседних ячейках записано двоичное представление двоичное представление некоторого натурального числа без ведущих нулей. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей ячейке слева от последовательности. Программа работы исполнителя:

|       | λ           | 0           | 1           |
|-------|-------------|-------------|-------------|
| $q_0$ | 1, R, $q_1$ |             |             |
| $q_1$ | 1, R, $q_2$ | 1, R, $q_1$ | 0, R, $q_1$ |
| $q_2$ | 1, R, $q_3$ |             |             |
| $q_3$ | 0, S, $q_3$ |             |             |

После выполнения программы на ленте оказалась двоичная запись числа 11438. Определите, какое число было записано на ленте до начала работы программы. В ответ запишите это число в десятичной системе счисления.

### Задание 5 (Прототип №12)

На ленте исполнителя МТ в соседних ячейках записано двоичное представление числа 800 без ведущих нулей. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей справа к последовательности ячейке.

|       | λ           | 0           | 1           |
|-------|-------------|-------------|-------------|
| $q_0$ | λ, L, $q_1$ |             |             |
| $q_1$ | λ, R, $q_2$ | 0, L, $q_1$ | 1, L, $q_1$ |
| $q_2$ |             | 0, R, $q_2$ | 1, R, $q_3$ |
| $q_3$ | λ, R, $q_4$ | 0, R, $q_3$ | 0, R, $q_4$ |
| $q_4$ | λ, S, $q_4$ | 0, R, $q_4$ | 1, R, $q_4$ |

Определите результат выполнения программы. В ответе запишите получившееся число в десятичной системе счисления.

### Задание 6 (Прототип №12)

На ленте в соседних ячейках записано двоичное представление числа 2027 без ведущих нулей. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей слева к последовательности ячейке.

Программа работы исполнителя:

|       | λ           | 0           | 1           |
|-------|-------------|-------------|-------------|
| $q_0$ | λ, R, $q_1$ |             |             |
| $q_1$ | 1, R, $q_2$ | 0, R, $q_1$ | 1, R, $q_1$ |
| $q_2$ | 1, R, $q_3$ |             |             |
| $q_3$ | λ, S, $q_3$ |             |             |

Определите результат работы программы. В ответе запишите получившееся на ленте число в десятичной системе счисления.

### Задание 7 (Прототип №12)

На ленте в соседних ячейках записано двоичное представление числа 2021 без ведущих нулей. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей слева от последовательности ячейке.

Программа работы исполнителя:

|       | λ                 | 0                 | 1                 |
|-------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $q_0$ | $\lambda, R, q_1$ |                   |                   |
| $q_1$ | $\lambda, L, q_2$ | $0, R, q_1$       | $1, R, q_1$       |
| $q_2$ |                   | $\lambda, L, q_3$ | $\lambda, L, q_3$ |
| $q_3$ |                   | $\lambda, S, q_3$ | $1, S, q_3$       |

Определите результат работы программы. В ответе запишите получившееся на ленте число в десятичной системе счисления

### Задание 8 (Прототип №12)

На ленте в соседних ячейках записана последовательность из 400 символов, включающая 200 нулей и 200 единиц, расположенных подряд в произвольном порядке. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей ячейке слева от последовательности.

Программа работы исполнителя:

|       | λ                 | 1           | 0           |
|-------|-------------------|-------------|-------------|
| $q_0$ | $\lambda, R, q_1$ |             |             |
| $q_1$ | $\lambda, S, q_1$ | $0, R, q_1$ | $1, S, q_1$ |

Определите минимально возможное число нулей на ленте после завершения работы программы.

### Задание 9 (Прототип №12)

На ленте в соседних ячейках записано в двоичной системе счисления число 321 без ведущих нулей. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами «λ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей ячейке справа от записи числа.

Программа работы исполнителя:

|       | λ                 | 1           | 0           |
|-------|-------------------|-------------|-------------|
| $q_0$ | $\lambda, L, q_1$ |             |             |
| $q_1$ | $\lambda, S, q_1$ | $0, L, q_1$ | $1, L, q_1$ |

Определите десятичное число, двоичная запись которого на ленте является результатом работы программы.

## Задание 10 (Прототип №12)

На ленте в соседних ячейках записано в двоичной системе счисления число 99 без ведущих нулей. Ячейки справа и слева от последовательности заполнены пустыми символами « $\lambda$ ». В начальный момент времени головка расположена в ближайшей ячейке слева от записи числа.

Программа работы исполнителя:

|       | $\lambda$         | 1           | 0           |
|-------|-------------------|-------------|-------------|
| $q_0$ | $\lambda, R, q_1$ |             |             |
| $q_1$ | $\lambda, S, q_1$ | $0, R, q_1$ | $1, S, q_1$ |

Определите десятичное число, двоичная запись которого на ленте является результатом работы программы.

## Прототип №14

### Задание 1 (Прототип №14)

Определите количество цифр с чётным числовым значением в 36-ричной записи числа, заданного выражением:

$$5 \cdot 1296^{2021} - 4 \cdot 216^{2022} + 3 \cdot 36^{2023} - 2 \cdot 6^{2024} - 2025.$$

### Задание 2 (Прототип №14)

Значение арифметического выражения  $9 \cdot 11^{210} + 8 \cdot 11^{150} - x$ , где  $x$  — целое положительное число, не превышающее 3000, записали в 11-ричной системе счисления. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором в 11-ричной записи числа, являющегося значением данного арифметического выражения, содержится ровно 60 нулей.

В ответе запишите число в десятичной системе счисления.

### Задание 3 (Прототип №14)

Значение арифметического выражения  $3 \cdot 27^9 + 2 \cdot 27^6 + 27^3 - x$ , где  $x$  — целое положительное число, не превышающее 27 000, записали в 27-ричной системе счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором в 27-ричной записи числа, являющегося значением данного арифметического выражения, содержится ровно 6 нулей.

В ответе запишите число в десятичной системе счисления.

### Задание 4 (Прототип №14)

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 21.

$$82934x2_{21} + 2924xx7_{21} + 67564x8_{21}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 21-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 20. Для найденного значения  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 20 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

### Задание 5 (Прототип №14)

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 22.

$$12313x57_{22} + 1x34561_{22}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 22-ричной системы счисления. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 21. Для найденного  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 21 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

### Задание 6 (Прототип №14)

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 23.

$$761x035_{23} + 338x932_{23}$$

В записи чисел переменной  $x$  обозначена неизвестная цифра из алфавита 23-ричной системы счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором значение данного арифметического выражения кратно 22. Для найденного  $x$  вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 22 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

### Задание 7 (Прототип №14)

Значение арифметического выражения  $3 \cdot 27^9 + 2 \cdot 27^6 + 27^3 - x$ , где  $x$  — целое положительное число, не превышающее 27 000, записали в 27-ричной системе счисления. Определите **наименьшее** значение  $x$ , при котором в 27-ричной записи числа, являющегося значением данного арифметического выражения, содержится наибольшее количество нулей. В ответе запишите число в десятичной системе счисления.

### Задание 8 (Прототип №14)

Значение арифметического выражения  $2 \cdot 2401^{525} + 3 \cdot 343^{524} - 4 \cdot 49^{523} + 5 \cdot 49^{522} - 6 \cdot 7^{521} - 35$  записали в системе счисления с основанием 49. Определите в 49-ричной записи числа количество цифр с числовым значением, не превышающим 9.

### Задание 9 (Прототип №14)

Значение арифметического выражения  $7 \cdot 9^{210} + 6 \cdot 9^{110} - x$ , где  $x$  — целое положительное число, не превышающее 2400, записали в девятеричной системе счисления. Определите наибольшее значение  $x$ , при котором в девятеричной записи числа, являющегося значением данного арифметического выражения, содержится ровно 100 нулей. В ответе запишите число в десятичной системе счисления.

### Задание 10 (Прототип №14)

Значение арифметического выражения  $9^{150} + 9^{30} - x$ , где  $x$  — целое положительное число, не превышающее 3000, записали в девятеричной системе счисления. Определите наименьшее значение  $x$ , при котором в девятеричной записи числа, являющегося значением данного арифметического выражения, содержится ровно 122 нуля. В ответе запишите число в десятичной системе счисления.

## Ответы

### Прототип №5

1. 12;
2. 26;
3. 243;
4. 176;
5. 84;
6. 567;
7. 354;
8. 10;
9. 6;
10. 31.

### Прототип №6

1. 261;
2. 251;
3. 230;
4. 30;
5. 129;
6. 2392;
7. 98;
8. 2178;
9. 224;
10. 201.

### Прототип №12

1. 1024;
2. 999;
3. 8112;
4. 618;
5. 544;
6. 8111;
7. 505;
8. 199;
9. 190;
10. 19.

### Прототип №14

1. 1013;
2. 2992;
3. 27;
4. 72450445;
5. 140914722;
6. 70045642;
7. 19683;
8. 267;
9. 2394;
10. 81.