

## Домашнее задание 31.05.2026

**Аналитика****Задание 1**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{2a - x^2 + 3x}{x - a^2} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

**Задание 2**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$((a - 3)x^2 + 6x)^2 - 6((a - 3)x^2 + 6x) + 9 - a^2 = 0$$

имеет ровно два различных решения.

**Задание 3**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4(a + 1)x - 2ay + 5a^2 + 8a + 3 = 0, \\ y^2 = x^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

**Задание 4**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{4x^2 - (4a + 1)x + a}$$

на отрезке  $[0; 1]$  имеет единственное решение.

**Плоскость  $Oxa$** **Задание 1**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 4x + a}{5x^2 - 6ax + a^2} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

**Задание 2**

Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых уравнение

$$\log_{x+1}(a + x - 6) = 2$$

имеет хотя бы одно решение, принадлежащее промежутку  $(-1; 1]$ .

**Задание 3**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x + 1| + |x - 3| - y)\sqrt{10 - x - y} = 0, \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**Задание 4**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3x - 2} \cdot \ln(x - a) = \sqrt{3x - 2} \cdot \ln(2x + a)$$

имеет единственное решение на отрезке  $[0; 1]$ .

**Задание 5**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 + x - 7a = |7x + a|$$

имеет больше двух различных решений.

**Плоскость  $Oxy$** **Задание 1**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 3x - y - 6)\sqrt{x+4}}{\sqrt{4-x}} = 0, \\ x + y + a = 0. \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**Задание 2**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy - x + 8) \cdot \sqrt{y - x + 8} = 0, \\ y = 2x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**Задание 3**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 6x) \cdot \sqrt{x + y + 6} = 0, \\ y = a(x - 3) \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**Задание 4**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{16 - y^2} = \sqrt{16 - a^2x^2}, \\ x^2 + y^2 = 8x + 4y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**Задание 5**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y(y + 1) \leq 0, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6a(x + y) + 5a^2 - 6x + 4a + 3 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

## Усложнённая аналитика

### Задание 1

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a|x + 2| + (1 - a)|x - 2| + 3 = 0$$

имеет ровно два различных решения.

### Задание 2

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 - a^2| = |x + a|\sqrt{x^2 - ax + 4a}$$

имеет ровно два различных решения.

### Задание 3

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|\cos^2 x + 2 \sin x - 2a| = \cos^2 x + \sin x + 2a$$

имеет на промежутке  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  единственное решение.

### Задание 4

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{2}\right) \cdot \log_3(a - 2x) = -\log_3(a - 2x)$$

имеет единственное решение на отрезке  $[-2; 0]$ .

### Задание 5

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_7(36 - y^2) = \log_7(36 - a^2x^2), \\ x^2 + y^2 = 2x + 6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

### Задание 6

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5 - 7x} \cdot \ln(9x^2 - a^2) = \sqrt{5 - 7x} \cdot \ln(3x + a)$$

имеет единственное решение.



## Анализ замены

### Задание 1

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$5 \cos 2x + 1 = 2(3 - 4 \sin x - a) \sin x$$

имеет хотя бы одно решение.

### Задание 2

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$2^x - a = \sqrt{4^x - 3a}$$

имеет единственное решение.

### Задание 3

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|a - 4|x^4 - 2ax^2 + |a - 30| = 0$$

имеет хотя бы два различных решения.

## Теорема о расположении корней

### Задание 1

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{4a}{a-6} \cdot 3^{|x|} = 9^{|x|} + \frac{3a+4}{a-6}$$

имеет ровно два различных решения.

### Задание 2

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{1 - 2a\sqrt{1+x^2} + a(1+x^2)}{(1+x^2) - 2\sqrt{1+x^2}} = 3$$

имеет хотя бы одно решение.

### Задание 3

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$(a+2)4^{|x-1|} - 2a \cdot 2^{|x-1|} + 3a + 1 > 0$$

выполняется при всех действительных  $x$ .

### Задание 4

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$2\sin^2 x - 3\cos x \sin x - 3\cos^2 x = a$$

не имеет решений, удовлетворяющих неравенству  $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ .

### Задание 5

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(5x + |x - a^2| - 4|x + 1| - a^2)^2 + (a + 2)(5x + |x - a^2| - 4|x + 1| - a^2) + 1 = 0$$

имеет ровно два различных решения.



**$xOa$  VS  $xOy$** **Задание 1**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x + y = a, \\ |y| = |x^2 - 2x|. \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**Задание 2**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - 6x - y + 2)\sqrt{x - y + 2} = 0, \\ y = 4x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**Ответы****Аналитика**

1.  $a \in \left(-\frac{9}{8}; -1\right) \cup (-1; 0) \cup (0; 2) \cup (2; +\infty)$ ;
2.  $a \in (-\infty; 0) \cup \{3\} \cup (6; +\infty)$ ;
3.  $a \in \left(\frac{-2 - \sqrt{2}}{3}; -1\right) \cup (-1; -0,6) \cup (-0,6; -2 + \sqrt{2})$ ;
4.  $a \in [-0,25; 0) \cup [0,5; 1]$ .

**Плоскость  $Oxa$** 

1.  $a \in (-\infty; -5) \cup (-5; 0) \cup (0; 3) \cup (3; 4)$ ;
2.  $a \in \left[\frac{27}{4}, 7\right) \cup (7, 9]$ ;
3.  $a \in \{1\} \cup [2; 26)$ ;
4.  $a \in \left(-\frac{4}{3}; -\frac{1}{2}\right) \cup \left[-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ ;
5.  $a \in [-1; 0] \cup [7; 8]$ .

**Плоскость  $Oxy$** 

1.  $a \in (-7; -6] \cup [1; 10)$ ;
2.  $a \in (-16; -9] \cup \{-7; 9\}$ ;
3.  $a \in \left[0; \frac{1}{2}\right] \cup \left\{-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right\}$ ;
4.  $a \in (-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{1}{2}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right) \cup (2; +\infty)$ ;
5.  $a \in \{0; 1\}$ .

**Усложнённая аналитика**

1.  $a \in (-\infty; -0,75) \cup (1,75; +\infty)$ ;
2.  $a \in (-\infty; -2] \cup (0; 2) \cup (2; +\infty)$ ;
3.  $a \in \{-0,125\} \cup [0; +\infty)$ ;
4.  $a \in [-3; -1) \cup \{0\} \cup (1; +\infty)$ ;
5.  $a \in (-\infty; -3] \cup \left\{\pm\frac{1}{3}; 0\right\} \cup [3; +\infty)$ ;

$$6. a \in \left(-\frac{15}{7}; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{8}{7}; \frac{15}{7}\right);$$

### Анализ замены

$$1. a \in (-\infty; 1] \cup [5; +\infty);$$

$$2. a \in (-3; 0) \cup (0; 3];$$

$$3. a \in \left[\frac{60}{17}; 5\right] \cup [12; +\infty).$$

### Теорема о расположении корней

$$1. a \in \{-12\} \cup (6; +\infty);$$

$$2. a \in (-\infty; 3) \cup [4; +\infty);$$

$$3. a \in \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right);$$

$$4. a \in \left(-\infty; -\frac{1 + \sqrt{34}}{2}\right) \cup [2; +\infty);$$

$$5. a \in (-\infty; -4) \cup \left(0; \frac{9}{4}\right) \cup \left(\frac{9}{4}; +\infty\right).$$

### $xOa$ VS $xOy$

$$1. a \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{9}{4}; +\infty\right);$$

$$2. a \in \{-23\} \cup [-19; 2).$$