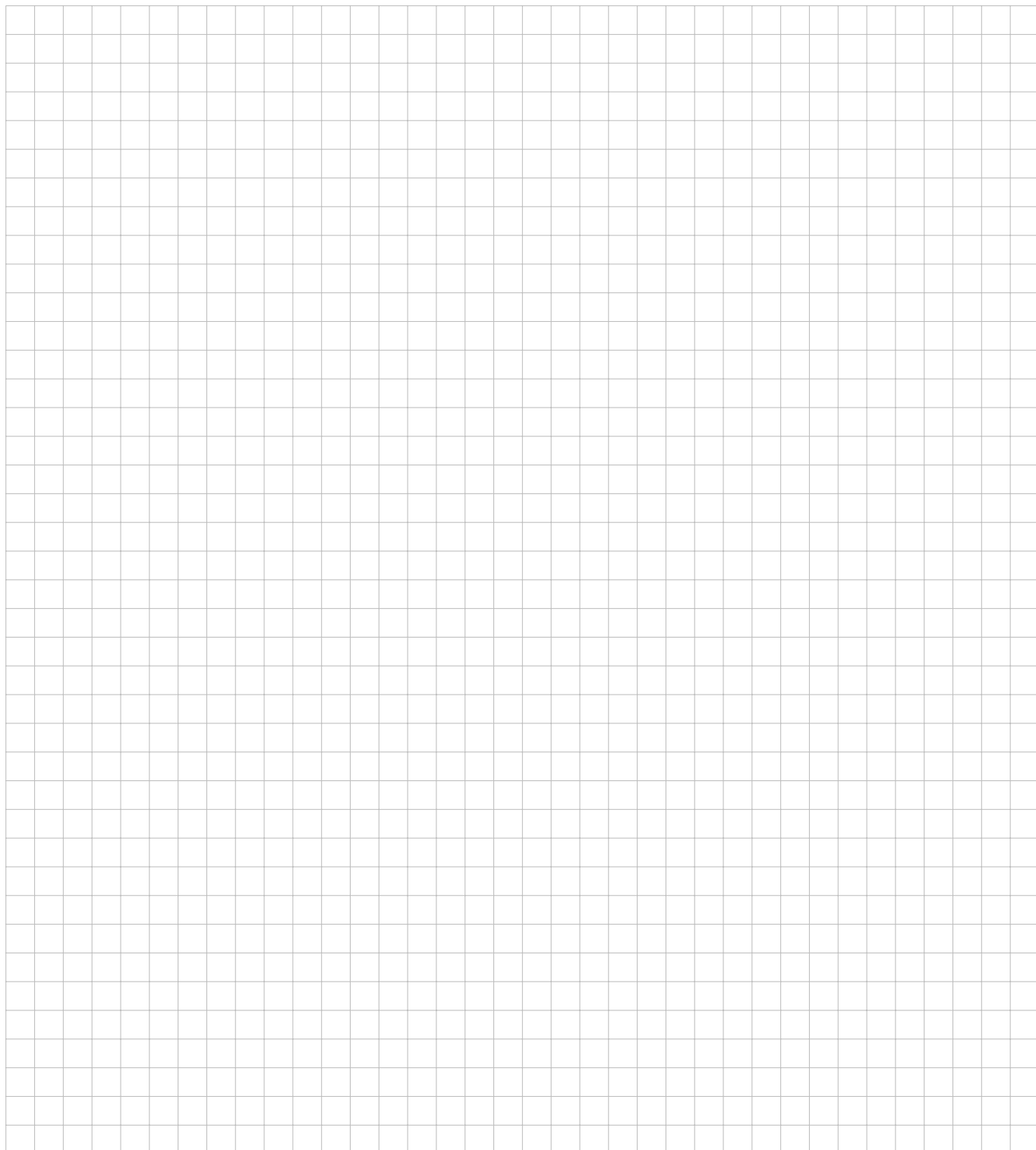


Задачи к вебинару 02.06.2026

Задание 1

В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 B_1 D_1$ лежит равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Известно, что $AD : BC = 2 : 1$ и $AB = BC$.

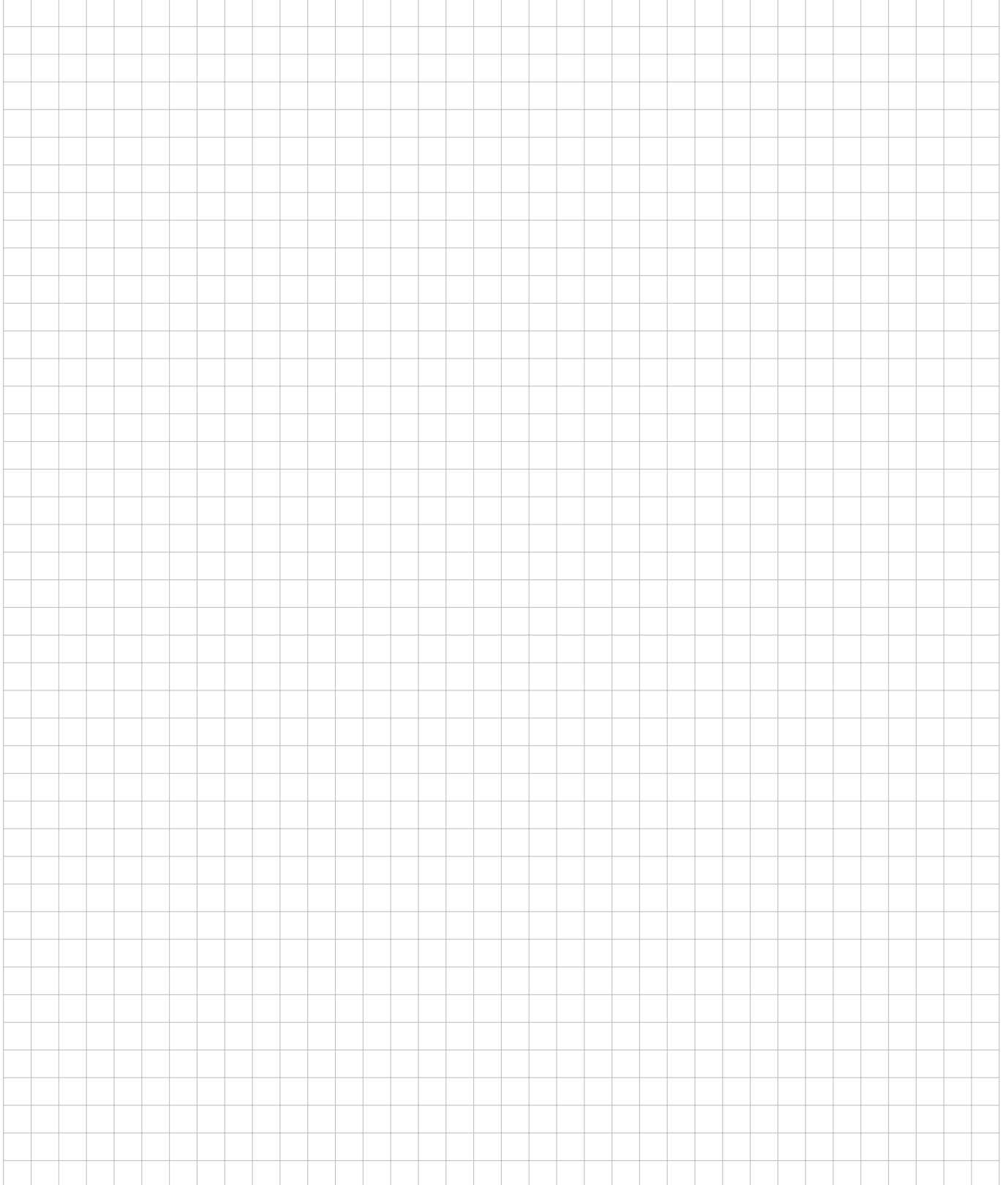
- Докажите, что прямые DB_1 и $A_1 B_1$ перпендикулярны.
- Найдите угол между прямыми CD_1 и DB_1 , если боковая грань $AA_1 D_1 D$ — квадрат.



Задание 2

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ со стороной 8 на ребре AA_1 взята точка K такая, что $A_1 K = 1$. Через точки K и B_1 проведена плоскость α , параллельная прямой AC_1 .

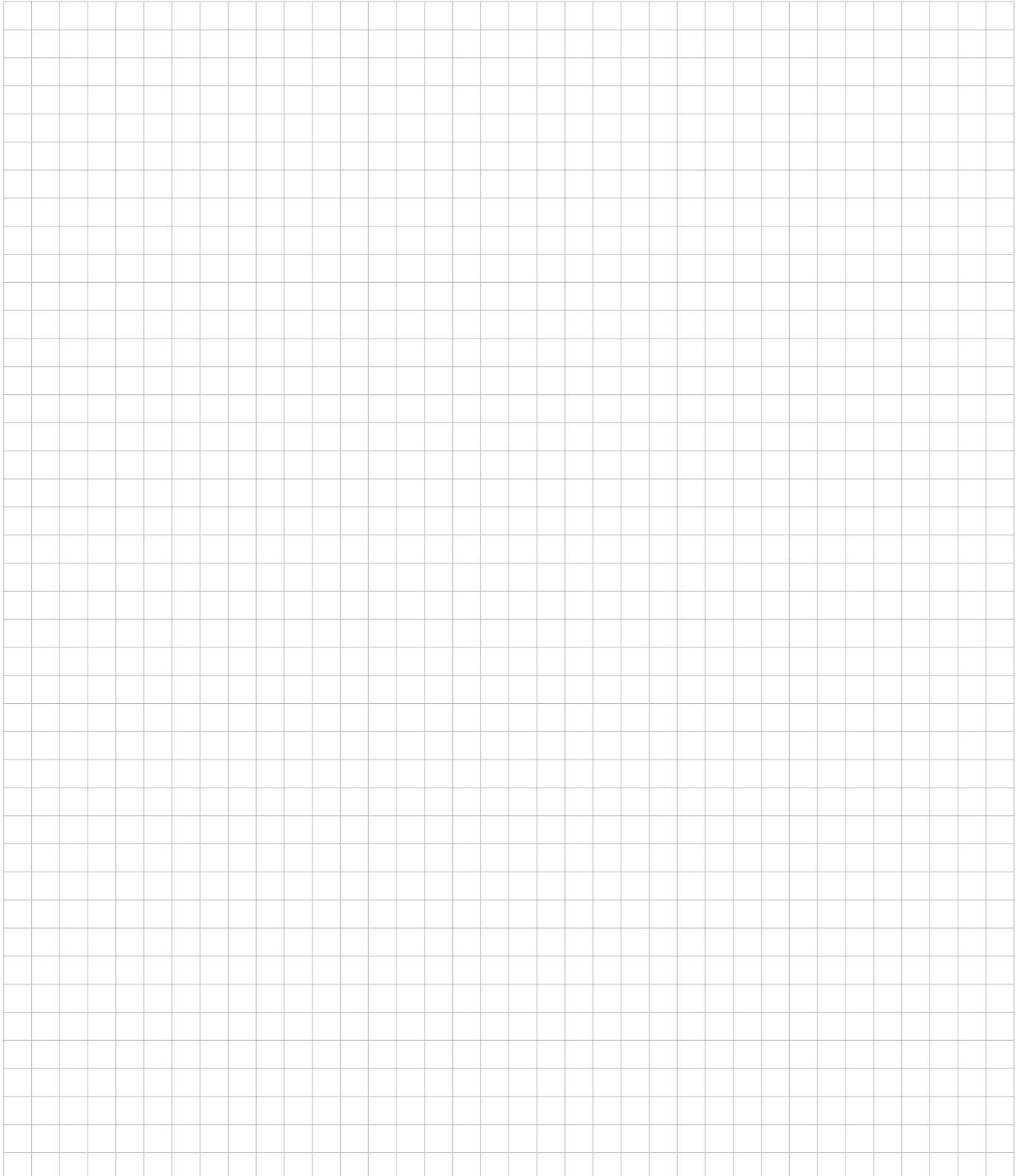
- а) Докажите, что $A_1 P : P D_1 = 1 : 6$, где P — точка пересечения плоскости α и ребра $A_1 D_1$.
б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью ADD_1 .



Задание 3

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 12, а боковое ребро SA равно 17. На ребрах AB и SB отмечены точки K и L соответственно, причем $AK = SL = 7$. Плоскость α проходит через точки K , L и C .

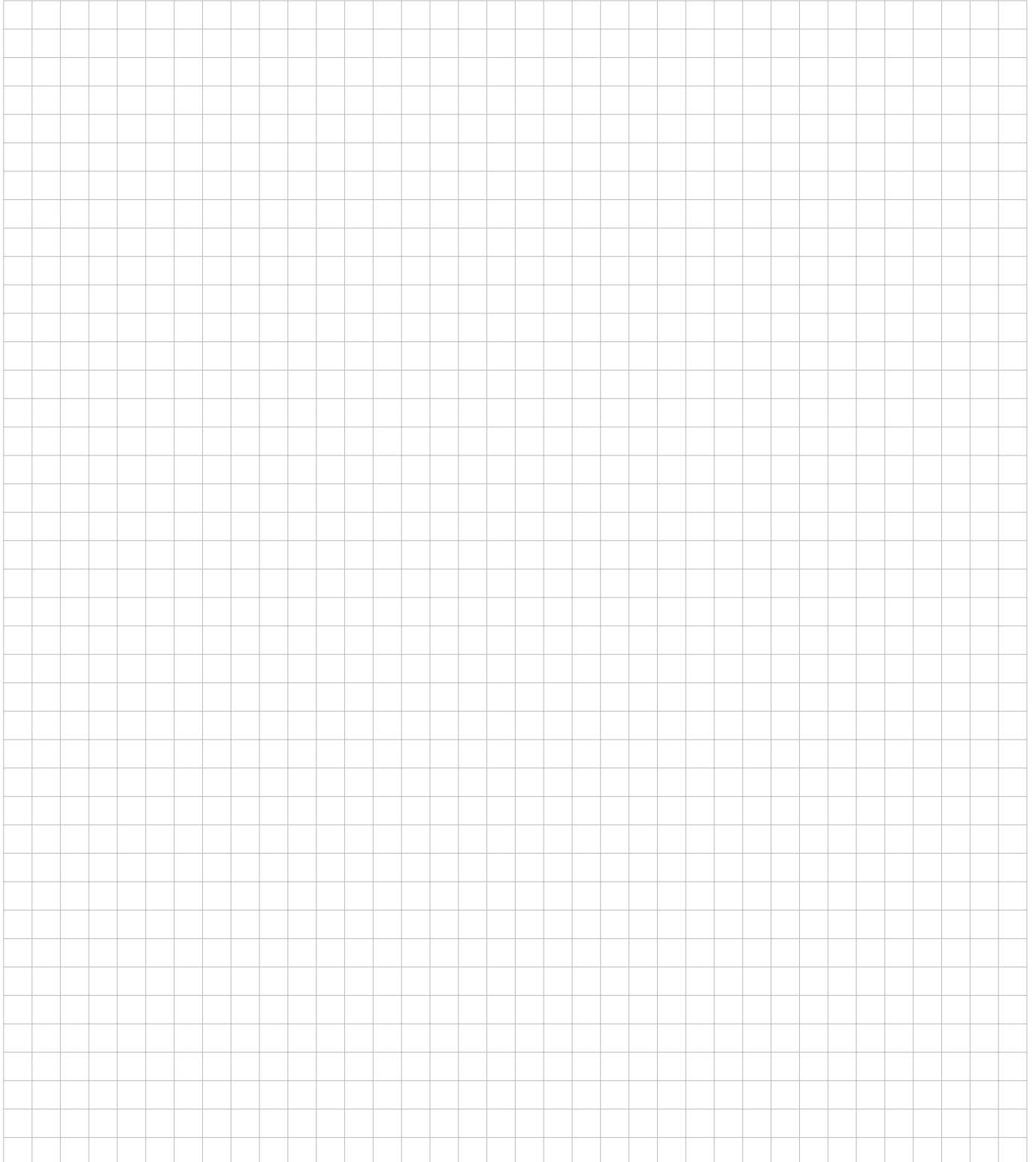
- а) Докажите, что плоскость α перпендикулярна плоскости основания пирамиды.
- б) Найдите расстояние от вершины пирамиды S до плоскости α .



Задание 4

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна 4, а боковое ребро равно 2. Точка M — середина ребра A_1C_1 , а точка O — точка пересечения диагоналей боковой грани ABB_1A_1 .

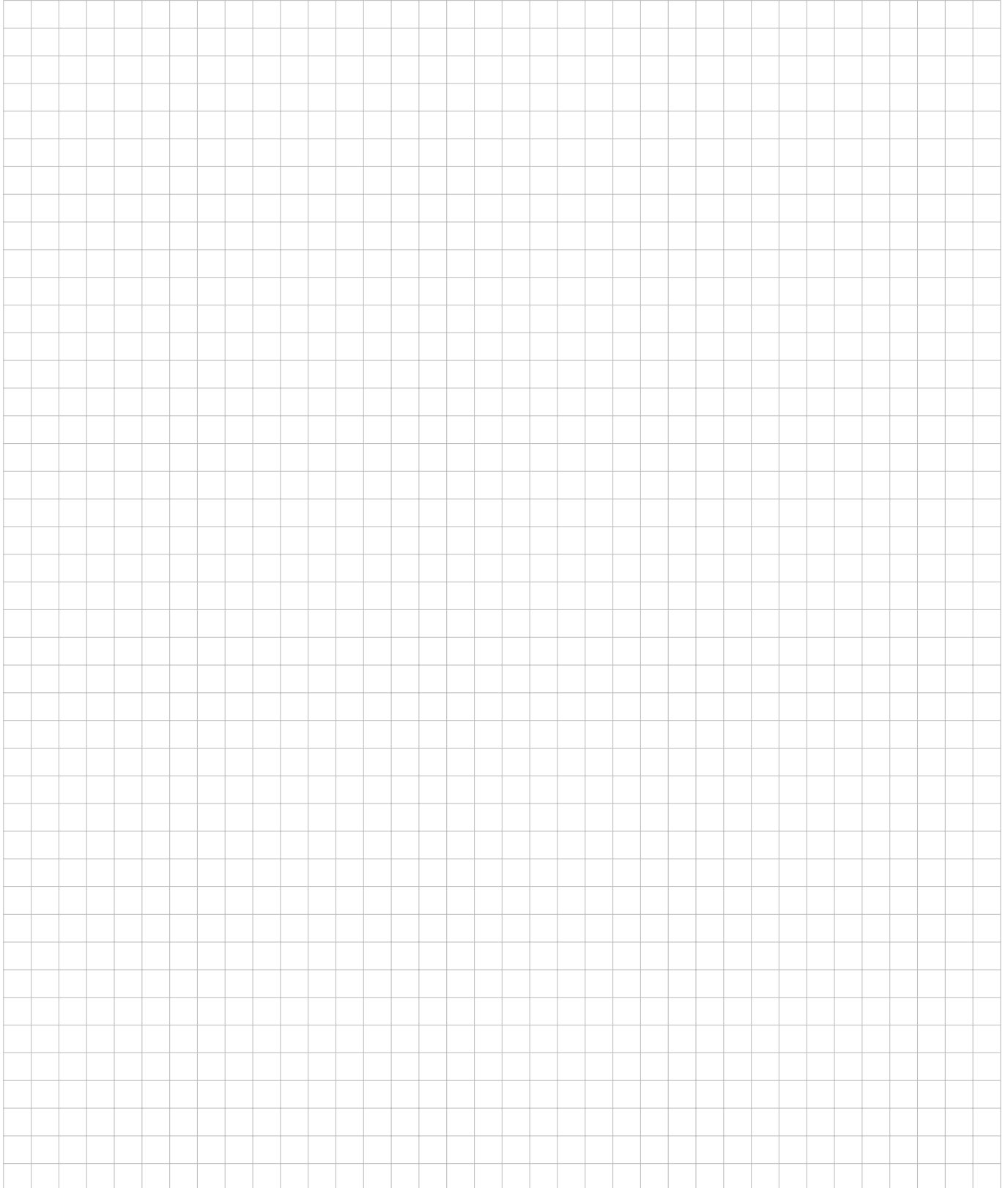
- а) Докажите, что точка пересечения диагоналей четырёхугольника, являющегося сечением призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью AMB , лежит на отрезке OC_1 .
- б) Найдите угол между прямой OC_1 , и плоскостью AMB .



Задание 5

Дан правильный треугольник ABC . Точка D лежит вне плоскости ABC ,
 $\cos \angle BAD = \cos \angle DAC = 0,3$.

- а) Докажите, что прямые AD и BC перпендикулярны.
б) Найдите расстояние между прямыми AD и BC , если $AC = 6$.



Задание 6

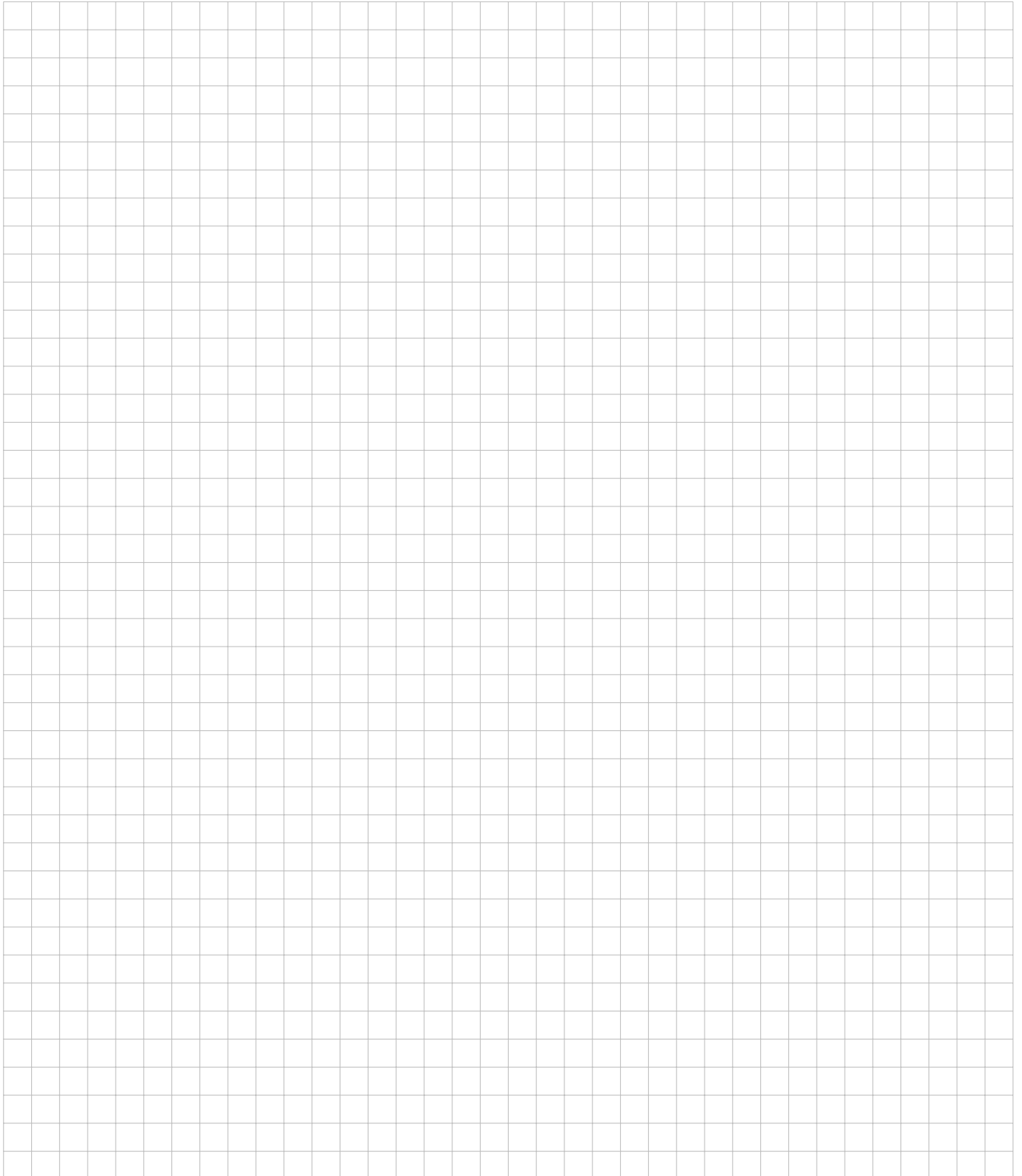
Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, сторона AB основания которой равна 32, а боковое ребро BB_1 равно $4\sqrt{3}$. На рёбрах AB и B_1C_1 отмечены точки K и L соответственно, причём $AK = 2$, $B_1L = 28$. Точка M — середина ребра A_1C_1 . Плоскость γ проходит через точки K и L и параллельна прямой AC .

- а) Докажите, что плоскость γ перпендикулярна прямой MB .
- б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка M , а основанием — сечение данной призмы плоскостью γ .

Задание 7

Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, в которой сторона основания $AB = 8$, боковое ребро $AA_1 = 2\sqrt{2}$. Точка Q — точка пересечения диагоналей грани ABB_1A_1 , точки M , N и K — середины BC , CC_1 и A_1C_1 соответственно.

- Докажите, что точки Q , M , N и K лежат в одной плоскости.
- Найдите площадь сечения QMN .



ОТВЕТЫ

1. $\arccos \frac{\sqrt{35}}{14};$

2. $\operatorname{arctg} \sqrt{113};$

3. $\frac{42}{13};$

4. $\arcsin \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{91}};$

5. $\frac{3\sqrt{66}}{5};$

6. 232;

7. $18\sqrt{2};$

8. 200.