

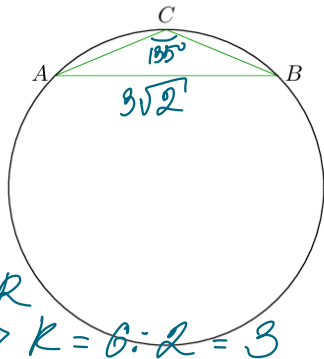
### Задание 1

В треугольнике  $ABC$  сторона  $AB$  равна  $3\sqrt{2}$ , угол  $C$  равен  $135^\circ$ . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

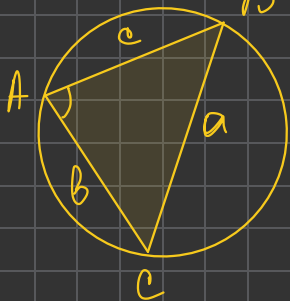
$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{3\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2R$$

$$3\sqrt{2} : \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 6 = 2R$$

$\rightarrow R = 6 : 2 = 3$



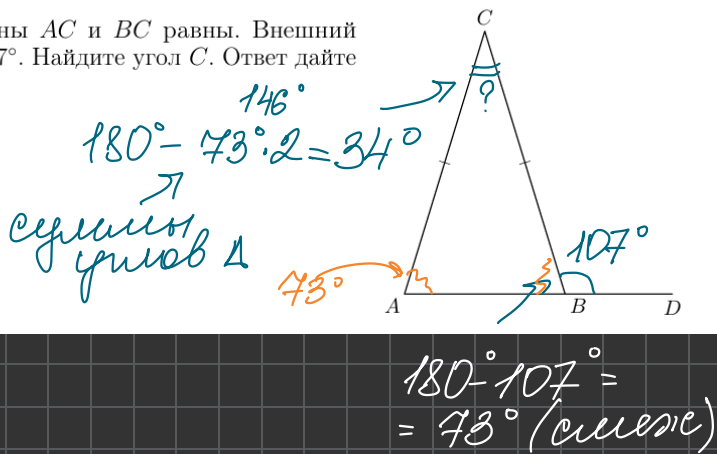
т. синусов:



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

## Задание 2

В треугольнике  $ABC$  стороны  $AC$  и  $BC$  равны. Внешний угол при вершине  $B$  равен  $107^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.



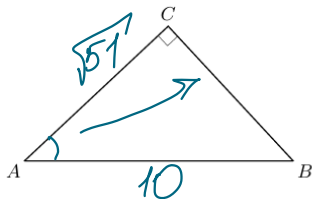
### Задание 3

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 10$ ,  $AC = \sqrt{51}$ .

Найдите  $\sin \angle A$ .

$$\sin = \frac{\text{противопет.}}{\text{гип}}$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{7}{10} \approx 0,7$$



по т. Пифагора:

$$BC^2 = AB^2 - AC^2 =$$

$$= 100 - 51 = 49$$

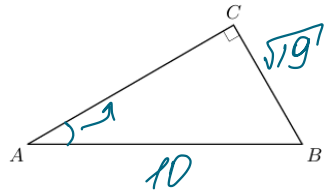
$$BC = 7$$

#### Задание 4

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 10$ ,  $BC = \sqrt{19}$ .  
Найдите  $\cos \angle A$ .

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{9}{10} = 0,9$$

$\cos = \frac{\text{прилежа.}}{\text{гип.}}$

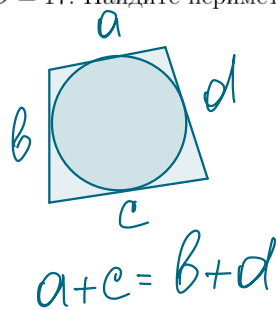


по  $\hookrightarrow$  Пифагора:

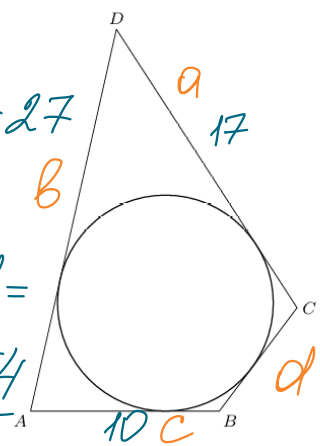
$$100 - 19 = 81 \rightsquigarrow 9$$

Задание 5

В четырёхугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 10$ ,  $CD = 17$ . Найдите периметр четырёхугольника  $ABCD$ .

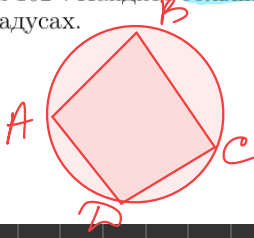


$$a+c = 17+10 = 27$$
$$b+d = 27$$
$$P = \underline{a} + \underline{b} + \underline{c} + \underline{d} =$$
$$= 27 + 27 = 54$$

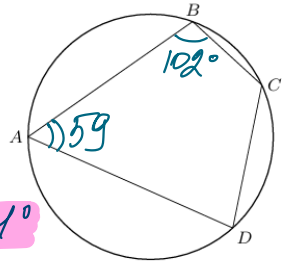


### Задание 6

Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны  $59^\circ$  и  $102^\circ$ . Найдите **больший** из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



$$\begin{aligned}\angle A + \angle C &= \angle B + \angle D = \\ &= 180^\circ \\ \angle C &= 180^\circ - \angle A = \\ &= 180^\circ - 59^\circ = 121^\circ\end{aligned}$$



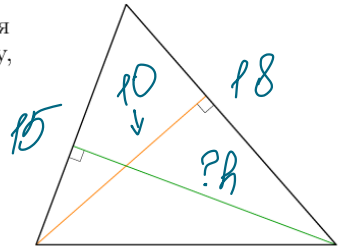
$$\begin{aligned}\angle D &= 180^\circ - \angle B = \\ &= 180^\circ - 102^\circ = \\ &= 78^\circ\end{aligned}$$

### Задание 7

Две стороны треугольника равны 15 и 18. Высота, опущенная на большую из этих сторон, равна 10. Найдите высоту, опущенную на меньшую из этих сторон треугольника.

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} a h$$

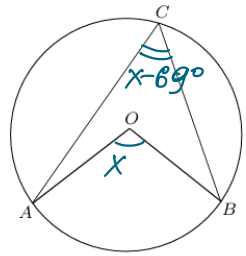
$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 10 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot h \end{aligned}$$



$$18 \cdot 10 = 15 \cdot h \Rightarrow h = \frac{18 \cdot 10}{15} = 12$$

### Задание 8

Найдите величину центрального угла, если он на  $69^\circ$  больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.



*центр. уг. = 2 впис. уг.  
(отпр. на одну дугу)*

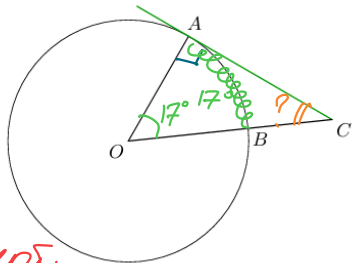
$$x = 2(x - 69^\circ)$$

$$x = 2x - 138^\circ$$

$$x = 138^\circ$$

### Задание 9

Найдите угол  $ACO$ , если его сторона  $CA$  касается окружности с центром  $O$ , отрезок  $CO$  пересекает окружность в точке  $B$  (см. рис.), а дуга  $AB$  окружности, заключённая внутри этого угла, равна  $17^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



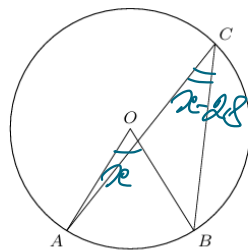
касая.  $\perp$  радиусу  
к точке кас.  
центр. угл равен дуге, на кот.  
опирается.

$$180^\circ - 90^\circ - 17^\circ = 73^\circ \quad \angle C$$

$\angle A$                    $\angle O$

### Задание 10

Найдите центральный угол, если он на  $28^\circ$  больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.



$$x = 2(x - 28^\circ)$$

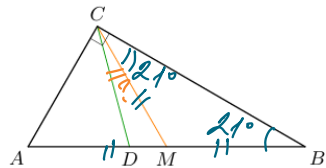
$$x = 2x - 56^\circ$$

$$x = 56^\circ$$

### Задание 11

Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника равен  $21^\circ$ .  
Найдите величину угла между биссектрисой  $CD$  и медианой  $CM$ ,  
проведёнными из вершины прямого угла  $C$ . Ответ дайте  
в градусах.

медиана =  $\frac{1}{2}$  гип.



$$AM = MB = CM \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle CMB = 108^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BCM = 21^\circ$$

$$\angle DCB = 90^\circ : 2 = 45^\circ$$

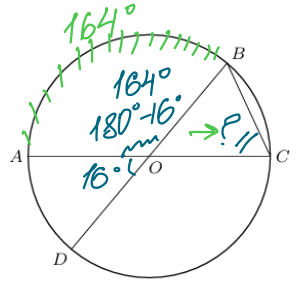
$$\angle DCM = \angle DCB - \angle MCB =$$

$$= 45^\circ - 21^\circ = 24^\circ$$

### Задание 12

Отрезки  $AC$  и  $BD$  – диаметры окружности с центром  $O$ . Угол  $AOD$  равен  $16^\circ$ . Найдите вписанный угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.

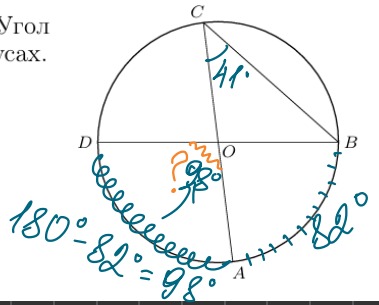
$$164^\circ : 2 = 82^\circ$$



### Задание 13

Отрезки  $AC$  и  $BD$  – диаметры окружности с центром  $O$ . Угол  $ACB$  равен  $41^\circ$ . Найдите угол  $AOD$ . Ответ дайте в градусах.

дуга = 2 впис. угла

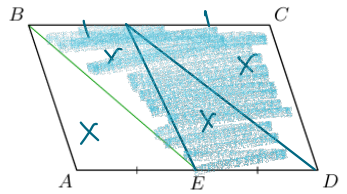


### Задание 14

Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 28. Точка  $E$  – середина стороны  $AD$ . Найдите площадь трапеции  $BCDE$ .

$$4x = 28 \rightarrow x = 7$$

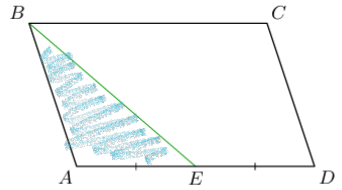
$$3x = 21$$



### Задание 15

Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 60. Точка  $E$  – середина стороны  $AD$ . Найдите площадь треугольника  $ABE$ .

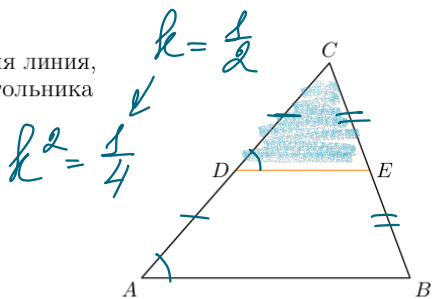
$$4x = 60 \leadsto x = \frac{60}{4} = 15$$



### Задание 16

Площадь треугольника  $ABC$  равна 24,  $DE$  – средняя линия, параллельная стороне  $AB$ . Найдите площадь треугольника  $CDE$ .

$$S_{CDE} = \frac{1}{4} \cdot 24 = 6$$

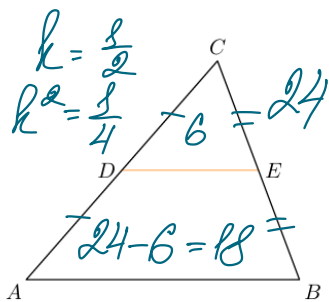


### Задание 17

Площадь треугольника  $ABC$  равна 24,  $DE$  – средняя линия, параллельная стороне  $AB$ . Найдите площадь трапеции  $ABED$ .

$$S_{DCE} = \frac{1}{4} \cdot 24 = 6$$

$$S_{ADCB} = S_{ABC} - S_{DCE}$$



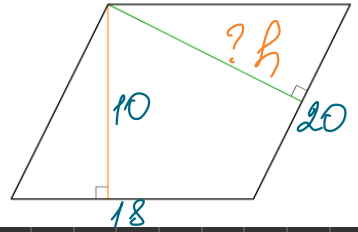
### Задание 18

Стороны параллелограмма равны 18 и 20. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 10. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.

$$S = a \cdot h$$

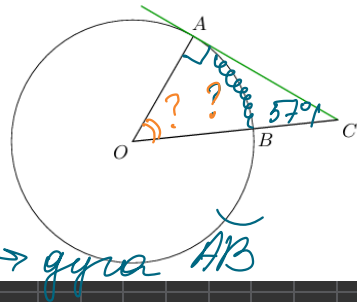
$$S = 18 \cdot 10 = 20 \cdot h$$

$$h = \frac{18 \cdot 10}{20} = 9$$



### Задание 19

Угол  $ACO$  равен  $57^\circ$ . Его сторона  $CA$  касается окружности с центром в точке  $O$ . Сторона  $CO$  пересекает окружность в точке  $B$  (см. рис.). Найдите градусную меру дуги  $AB$  окружности, заключённой внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



$$\begin{aligned}\angle O &= 180^\circ - \angle A - \angle C = \\ &= 180^\circ - 90^\circ - 57^\circ = 33^\circ\end{aligned}$$

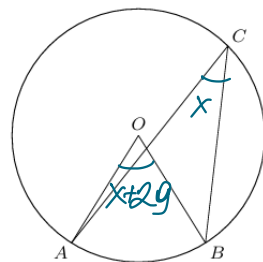
→ дуга  $AB$

### Задание 20

Центральный угол на  $29^\circ$  больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите величину вписанного угла. Ответ дайте в градусах.

$$\begin{aligned}x + 29 &= 2x \\29 &= 2x - x \\29 &= x\end{aligned}$$

29



### Задание 21

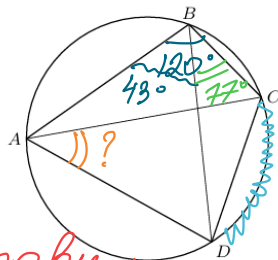
Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $120^\circ$ , угол  $ABD$  равен  $43^\circ$ . Найдите угол  $CAD$ . Ответ дайте в градусах.

$$\begin{aligned}\angle DBC &= \angle ABC - \angle ABD = \\ &= 120^\circ - 43^\circ = 77^\circ\end{aligned}$$

Углы опир. на одну дугу равны

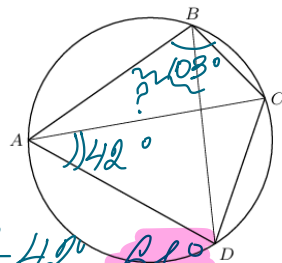
$$\angle CAD = \angle CBD \quad (\text{опир на } \overset{\frown}{DC})$$

→  $77^\circ$



## Задание 22

Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $103^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $42^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.



$$\angle CBD = \angle CAD = 42^\circ$$

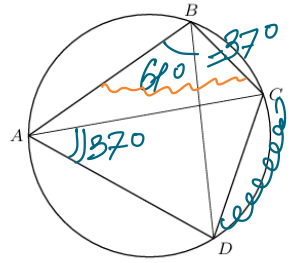
(отпр. на  $\overline{CD}$ )

$$\angle CBD = \angle ABC - \angle ABD = 103^\circ - 42^\circ = 61^\circ$$

### Задание 23

Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $61^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $37^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.

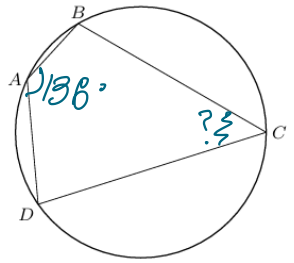
$$\begin{aligned}\angle ABC &= \angle ABD + \angle DBC = \\ & 61^\circ + 37^\circ = \\ & 98^\circ\end{aligned}$$



### Задание 24

Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $BAD$  равен  $136^\circ$ . Найдите угол  $BCD$ . Ответ дайте в градусах.

$$\begin{aligned}\angle C &= 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 136^\circ = \\ &= 44^\circ\end{aligned}$$

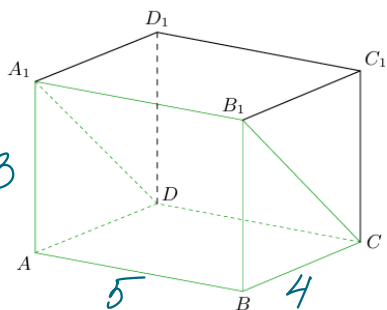


### Задание 1

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AB = 5$ ,  $BC = 4$ ,  $AA_1 = 3$ . Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, D, A_1, B_1$ .

$$V = a \cdot b \cdot c = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \quad 3$$

$$V_{ABCD A_1 B_1} = V : 2 = 60 : 2 = 30$$

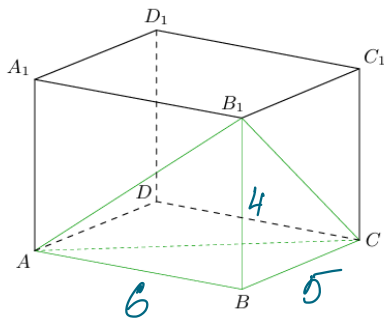


## Задание 2

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AB = 6$ ,  $BC = 5$ ,  $AA_1 = 4$ . Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, B_1$ .

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 4 = 20$$

$\downarrow$   
 $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 \rightarrow 15$

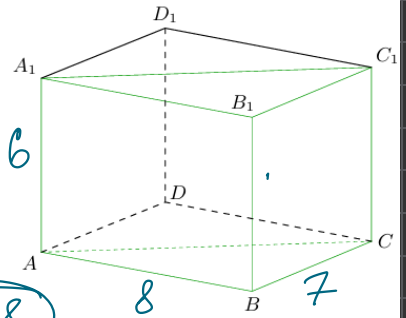


### Задание 3

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AB = 8$ ,  $BC = 7$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, A_1, B_1, C_1$ .

$$V = 8 \cdot 7 \cdot 6$$

$$V_{ABCA_1 B_1 C_1} = \frac{V}{2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{2} = 168$$



#### Задание 4

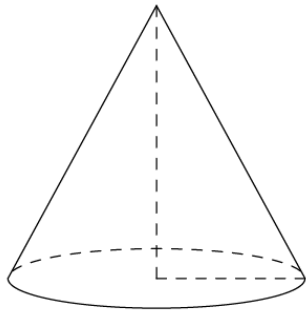
Во сколько раз увеличится объём конуса, если радиус его основания увеличится в 11 раз, а высота останется прежней?

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h =$$

$\hookrightarrow \pi R^2$

$$= \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

было



$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (11R)^2 h =$$
$$= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 121R^2 \cdot h$$

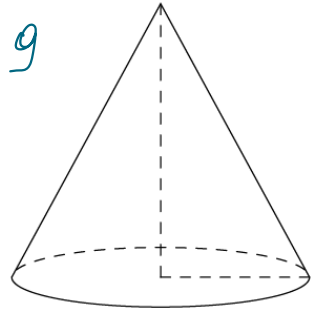
стало

$$\frac{\frac{1}{3} \pi \cdot 121R^2 h}{\frac{1}{3} \pi R^2 h} = 121$$

### Задание 5

Во сколько раз уменьшится объём конуса, если его высота уменьшится в 9 раз, а радиус основания останется прежним? 9

$$\frac{\frac{1}{9} \pi R^2 h}{\pi R^2 h} = \frac{1}{9} = 9$$



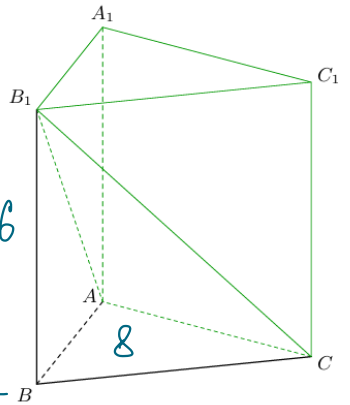
### Задание 6

Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 8, а боковое ребро равно 6. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, C, A_1, B_1, C_1$ .

$$V = 6 \cdot 8 = 48 \quad V_{\text{пр}} = S_{\text{осн}} \cdot h$$

$$V_{ABCB_1} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h = 6$$
$$= \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 6 = 16$$

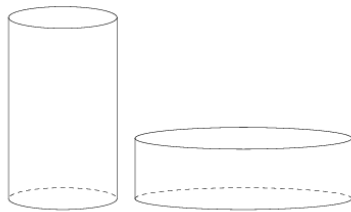
$$V_{AC A_1 B_1 C_1} = V - V_{ABCB_1} = 48 - 16 = 32$$



### Задание 7

Дано два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 15. У второго цилиндра высота в 3 раза меньше, а радиус основания в 2 раза больше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.

$$V_1 = S_{\text{осн}} \cdot h = \pi R^2 h = 15$$



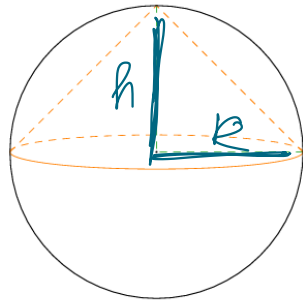
$$\begin{aligned} \pi \cdot (2R)^2 \cdot \frac{h}{3} &= \pi \cdot 4R^2 \cdot \frac{h}{3} = \\ &= \frac{4\pi R^2 h}{3} = \frac{4 \cdot 15}{3} = 20 \end{aligned}$$

### Задание 8

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём конуса равен 12. Найдите объём шара.

$$V_k = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V_{\text{ш}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad h = R$$



$$V_k = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot R = \frac{1}{3} \pi R^3 = 12$$

$$12 \cdot 4 = 48$$

### Задание 9

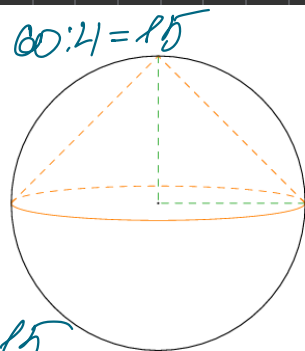
Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 60. Найдите объем конуса.

$$V_{\text{ш}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = 60$$

$$V_{\text{к}} = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi R^3$$

$$\hookrightarrow h = R$$

$$60 : 4 = 15$$



### Задание 10

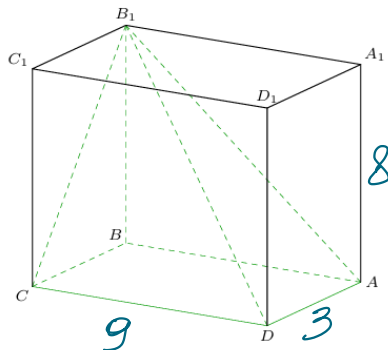
Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, D, B_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 9, BC = 3, BB_1 = 8$ .

$$V = 9 \cdot 8 \cdot 3 = 216$$

$$V_{ABCD B_1} = 216 : 3 = 72$$

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$$

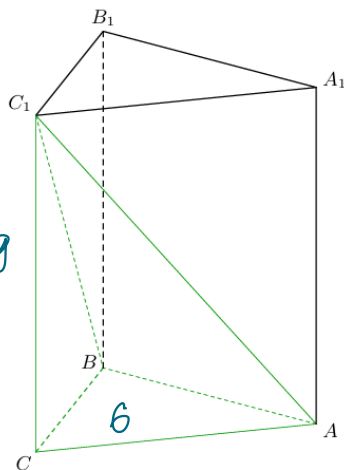
$$\frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 3 \cdot 8 = 72$$



### Задание 11

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, C_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 9.

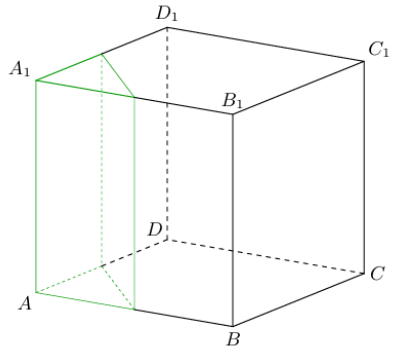
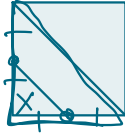
$$\begin{aligned} V_{\text{мнр}} &= \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h = \\ &= \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 9^3 = 18 \end{aligned}$$



## Задание 12

Объём куба равен 80. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.

$$\frac{1}{8}$$



У куба т. осн -  $S$

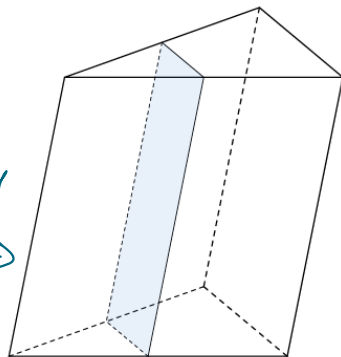
У призмы здесь  $\frac{S}{8}$

Высота одинак 80

$$S \cdot h = 80 \quad \left(\frac{S}{8} \cdot h\right) ? \rightsquigarrow 10$$

### Задание 13

Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



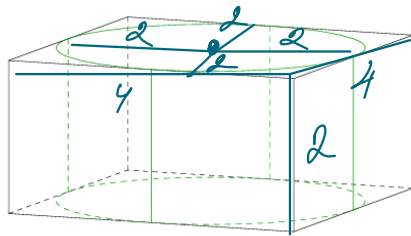
Площадь каждой грани  
уменьшилась в 2 раза  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  все площади тоже  
уменьшились в 2 раза

$$24 : 2 = 12$$

### Задание 14

Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед.  
Радиус основания и высота цилиндра равны 2.  
Найдите объем параллелепипеда.

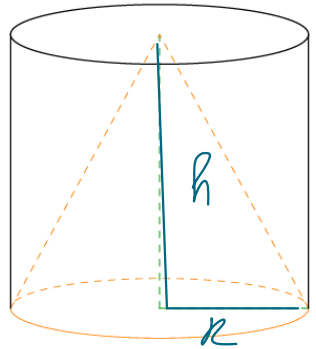
$$4 \cdot 4 \cdot 2 = 32$$



### Задание 15

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объем конуса равен 6. Найдите объем цилиндра.

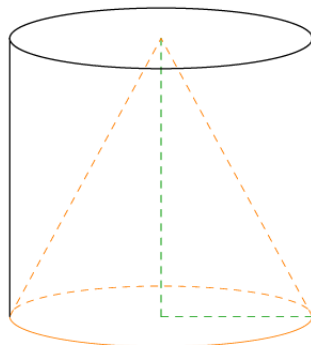
$$V_k = \frac{1}{3} \pi R^2 h \quad 6)$$
$$V_{ц} = \pi R^2 h \quad 6 \cdot 3 = 18$$



### Задание 16

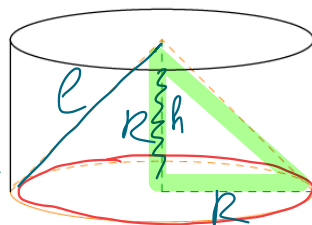
Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объем цилиндра равен 30. Найдите объем конуса.

$$30 : 3 = 10$$



### Задание 17

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна  $3\sqrt{2}$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



$$\frac{1}{2} a \cdot h$$

у треугол

$$\frac{1}{2} \cdot 2\pi R \cdot l = \frac{\pi R l}{3\sqrt{2}}$$

$$2\pi R h = 2\pi R^2$$

6 ← 3

$$\begin{aligned} \pi R l &= 3\sqrt{2} \\ l^2 &= R^2 + R^2 \\ &= 2R^2 \end{aligned}$$

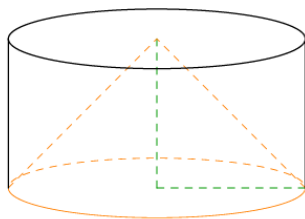
$$l = \sqrt{2}R$$

$$\pi R \cdot \sqrt{2}R = \sqrt{2} \pi R^2 = 3\sqrt{2}$$

### Задание 18

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $5\sqrt{2}$ . Найдите площадь боковой поверхности конуса.

5



$$S_k = \sqrt{2} \pi r^2$$

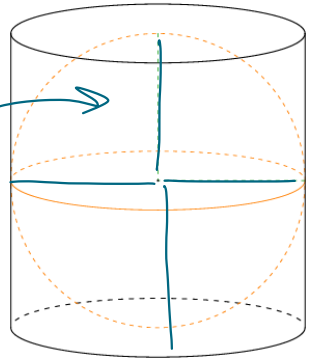
$$S_{\text{ц}} = 2 \pi r^2 = 5\sqrt{2}$$

### Задание 19

Цилиндр, объём которого равен 18, описан около шара.  
Найдите объём шара.

$$V_{\text{ц}} = \pi R^2 h = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3 = 18 \quad h = 2R$$

$$V_{\text{ш}} = \frac{4}{3} \sqrt{\pi R^3} \leftarrow 9 \rightarrow \pi R^2 = 9$$




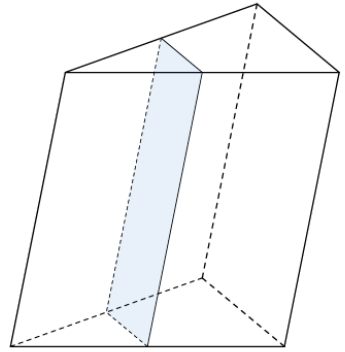
$$18 : \frac{2}{3} = \underline{\underline{27}}$$

## Задание 20

Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём этой призмы, если объём отсечённой треугольной призмы равен 15.

С отп. в 4 раза  $h$ -единица

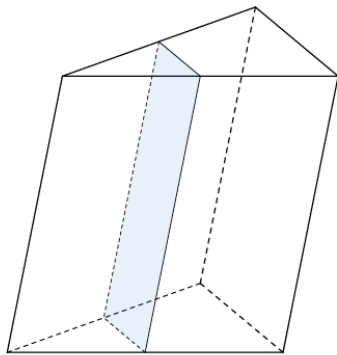

$$15 \cdot 4 = 60$$



### Задание 21

Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы равна 36. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.

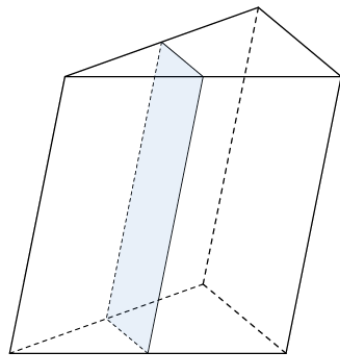
$$36 \cdot 2 = 72$$



## Задание 22

Через среднюю линию основания треугольной призмы, объём которой равен 52, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём отсечённой треугольной призмы.

$$52 : 4 = 13$$



### Задание 23

Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 30. Найдите площадь поверхности шара.

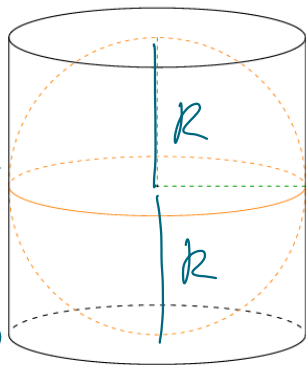
$$V_{\text{ц}} = 2\pi R h + 2\pi R^2$$

$$V_{\text{ш}} = \underline{4\pi R^2} \rightarrow 4 \cdot 5 = 20 \quad h = 2R$$

$$2\pi R \cdot 2R + 2\pi R^2$$

$$4\pi R^2 + 2\pi R^2 = 6\pi R^2 = 30$$

$$\pi R^2 = 5$$



### Задание 24

Шар, объём которого равен 18, вписан в цилиндр. Найдите объём цилиндра.

$$18 : \frac{2}{3} = 27$$

