Задание 1

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a=4500 км/ч^2. Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 90 км/ч.

$v = \sqrt{2la}$

$90 = \sqrt{2 \cdot l \cdot 4500}$

$8100 = 9000 \cdot l$

$l = \frac{81\cancel{00}}{90\cancel{00}} = \frac{9}{10}$

$0{,}9$

Задание 2

Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 24\,\text{м/с}$, начал торможение с постоянным ускорением $a = 3\,\text{м/с}^2$. За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \dfrac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее с момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 90 метров. Ответ дайте в секундах.

$$S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$$

$$90 = 24 \cdot t - \frac{3t^2}{2} \quad | \cdot 2$$

$$180 = 48t - 3t^2$$

$$3t^2 - 48t + 180 = 0 \quad | : 3$$

$$t^2 - 16t + 60 = 0$$

$$D = 256 - 240 = 16$$

$$t_1 = \frac{16+4}{2} = 10$$

$$t_2 = \frac{16-4}{2} = 6$$

6

Задание 3

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где H — высота столба воды в метрах, $H_0 = 8$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{72}$ м/мин^2 и $b = -\frac{2}{3}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. Сколько минут вода будет вытекать из бака?

$$H(t) = at^2 + bt + H_0$$

$$0 \quad \frac{1}{72} \quad -\frac{2}{3} \quad 8$$

$$0 = \frac{1}{72}t^2 - \frac{2}{3}t + 8 \quad \Big| \cdot 72$$

$$t^2 - 48t + 576 = 0$$

$$24^2$$

$$(t-24)^2 = 0$$

$$t = 24$$

Задача 4

В розетку электросети подключена электрическая духовка, сопротивление которой составляет $R_1 = 36\,\text{Ом}$. Параллельно с ней в розетку предполагается подключить электрообогреватель, сопротивление которого R_2 (в Ом). При параллельном соединении двух электроприборов с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление R вычисляется по формуле $R = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. Для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 20 Ом. Определите наименьшее возможное сопротивление электрообогревателя. Ответ дайте в омах.

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \geqslant 20$$

$$\frac{20}{1} = \frac{36 R_2}{36 + R_2}$$

$$720 + 20R_2 = 36R_2$$

$$720 = 16R_2$$

$$R_2 = 720 : 16 = 45$$

Задача 5

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса m (в мг) уменьшается по закону $m=m_0\cdot 2^{-\frac{\tau}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), τ — время, прошедшее от начального момента, в минутах, T — период полураспада в минутах. В начальный момент времени масса изотопа 156 мг. Период его полураспада составляет 8 минут. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 39 мг.

$$m = m_0 \cdot 2^{-\frac{\tau}{T8}}$$

$39 \qquad 156$

$$39 = 156 \cdot 2^{-\frac{\tau}{8}}$$

$$2^{-\frac{\tau}{8}} = \frac{39}{156}$$

$$\frac{1}{2^{\frac{\tau}{8}}} = \frac{39}{156} = \frac{1}{4} \quad 2^2$$

$$2^{\frac{\tau}{8}} = 2^2$$

$$\frac{\tau}{8} = 2$$

$$\tau = 16$$

Задача 6

Водолазный колокол, содержащий $v = 3$ моль воздуха при давлении $p_1 = 1{,}4$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 (в атмосферах). Работа A (в Дж), совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле $A = \alpha v T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 10{,}9 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ — постоянная, $T = 300\,\text{К}$ — температура воздуха. Найдите давление p_2 воздуха в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа 29 430 Дж. Ответ дайте в атмосферах.

$$A = \alpha v T \cdot \log_2 \frac{p_2}{p_1}$$

29430 10,9 3 300 1,4

$$29430 = \underbrace{10{,}9 \cdot 3 \cdot 300}_{900} \cdot \log_2 \frac{p_2}{1{,}4}$$

$109 \cdot 90$

9810

$$29430 = 9810 \cdot \log_2 \frac{p_2}{1{,}4}$$

$$3 = \log_2 \frac{p_2}{1{,}4}$$

$$\log_a b = c \iff a^c = b$$

$$2^3 = \frac{p_2}{1{,}4}$$

$$8 = \frac{p_2}{1{,}4}$$

$$p_2 = 8 \cdot 1{,}4 = 11{,}2$$

Задача 7

Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1{,}6 + 13t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 6 метров?

$$\underbrace{h(t)}_{\geqslant 6} = 1{,}6 + 13t - 5t^2 \geqslant 6$$

$$-5t^2 + 13t - 4{,}4 \geqslant 0 \qquad | \cdot (-1)$$

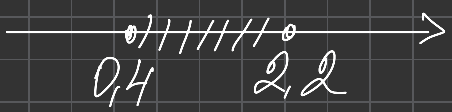
$$5t^2 - 13t + 4{,}4 \leqslant 0$$

$$D = 169 - 4 \cdot \underbrace{5 \cdot 4{,}4}_{22} =$$

$$= 169 - 88 = 81$$

$$t_1 = \frac{13+9}{10} = 2{,}2$$

$$t_2 = \frac{13-9}{10} = 0{,}4$$



$$2{,}2 - 0{,}4 = 1{,}8$$

Задача 8

Два тела, массой $m = 6$ кг каждое, движутся с одинаковой скоростью $v = 9$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$, где m — масса (в кг), v — скорость (в м/с). Найдите, под каким углом 2α должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 243 Дж. Ответ дайте в градусах.

$$Q = mv^2 \sin^2 \alpha$$

$$243 = \underbrace{6 \cdot \overset{81}{9^2}}_{486} \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{243}{486} = \frac{1}{2}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

Мне нужно 2α!

$$45 \cdot 2 = 90$$

Задача 9

Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в К) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время (в мин.), $T_0 = 1600\,\text{К}$, $a = -5\,\text{К/мин}^2$, $b = 105\,\text{К/мин}$. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1870 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

$$T(t) = T_0 + bt + at^2$$

$$1870 = 1600 + 105t - 5t^2$$

$$5t^2 - 105t + 1870 - 1600 = 0$$

$$5t^2 - 105t + 270 = 0 \quad |:5$$

$$t^2 - 21t + 54 = 0$$

$$D = 441 - 216 = 225 = 15^2$$

$$t_1 = \frac{21+15}{2} = 18$$

$$t_2 = \frac{21-15}{2} = 3$$

Задача 10

Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому $P = \sigma S T^4$, где P — мощность излучения звезды (в Вт), $\sigma = 5{,}7\cdot 10^{-8}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в м^2), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{2401}\cdot 10^{22}$ м^2, а мощность её излучения равна $5{,}7\cdot 10^{26}$ Вт. Найдите температуру этой звезды. Ответ дайте в кельвинах.

$$\cancel{5{,}7}\cdot 10^{26} = \cancel{5{,}7}\cdot \underbrace{10^{-8}\cdot\frac{1}{2401}\cdot 10^{22}}_{10^{14}}\cdot T^4$$

$$10^{26} = \frac{1}{2401}\cdot 10^{14}\cdot T^4$$

$$T^4 = \frac{\cancel{10^{26}}\ 10^{12}}{\frac{1}{2401}\cdot\cancel{10^{14}}} \qquad \frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$$

$$T^4 = 10^{12} : \frac{1}{2401} = 10^{12}\cdot 2401$$

$$T = \sqrt[4]{10^{12}\cdot 2401}$$

$$\sqrt[b]{a^c} = a^{\frac{c}{b}}$$

$$T = 10^{\frac{12}{4}}\cdot\sqrt[4]{2401}$$

$$T = 10^3\cdot 7 = 7000$$

Задача 11

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с фокусным расстоянием $f = 30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 20 см до 40 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 160 см до 180 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. На каком наименьшем расстоянии от линзы нужно разместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким? Ответ дайте в сантиметрах.

$d_1 - ?$

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{d_1} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_2}$$

$d_1 \to$ наим.

$\frac{1}{d_1}$ – наиб.

$\boxed{\frac{1}{f} - \frac{1}{d_2}}$ – наиб

$\frac{1}{f}$ – фикс. $\left(\frac{1}{30}\right)$

$\frac{1}{d_2}$ – наим.

d_2 – наиб.

$\to 180$

$$\frac{1}{d_1} = \frac{1^{\,6}}{30} - \frac{1}{180} = \frac{5}{180} = \frac{1}{36} \Rightarrow d_1 = 36$$

Задача 12

Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, прошедшее после начала работы лебёдки, $\omega = 15$ град./мин — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 6$ град./мин^2 — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Определите время, прошедшее после начала работы лебёдки, если известно, что за это время угол намотки φ достиг $2250°$. Ответ дайте в минутах.

$$2250 = 15 \cdot t + \frac{6 \cdot t^2}{2}$$

$$4500 = 30t + 6t^2 \quad |:6$$

$$750 = 5t + t^2$$

$$t^2 + 5t - 750 = 0$$

$$D = 25 + 3000 = 3025$$

$$t_1 = \frac{-5+55}{2} = 25$$

$$t_2 = \frac{-5-55}{2} = -30$$

Задача 13

К источнику с ЭДС $\varepsilon = 130\,\text{В}$ и внутренним сопротивлением $r = 1\,\text{Ом}$ хотят подключить нагрузку с сопротивлением R (в Ом). Напряжение (в В) на этой нагрузке вычисляется по формуле $U = \dfrac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 120 В? Ответ дайте в омах.

$$120 = \frac{130 \cdot R}{R + 1}$$

$$120R + 120 = 130R$$

$$10R = 120$$

$$R = 12$$

Задача 14

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 299 МГц. Скорость погружения батискафа v (в м/с) вычисляется по формуле $v = c \cdot \dfrac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500\,\text{м/с}$ — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала (в МГц), регистрируемая приёмником. Определите частоту отражённого сигнала, если скорость погружения батискафа равна 5 м/с. Ответ дайте в МГц.

$$5 = 1500 \cdot \frac{f - 299}{f + 299}$$

$$\frac{5}{1500} = \frac{1}{300}$$

$$\frac{1}{300} = \frac{f - 299}{f + 299}$$

$$f + 299 = 300f - 299 \cdot 300$$

$$300f - f = 299 + 299 \cdot 300$$

$$299f = 299 + 299 \cdot 300$$

$$f = 1 + 300 = 301$$

Задача 15

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 60$ км/ч, выезжает из города и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 18$ км/ч^2. Расстояние (в км) от мотоциклиста до города вычисляется по формуле $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, где t — время в часах, прошедшее после выезда из города. Определите время, прошедшее после выезда мотоциклиста из города, если известно, что за это время он удалился от города на 21 км. Ответ дайте в минутах.

$$21 = 60 \cdot t + \frac{18 \cdot t^2}{2}$$

$$21 = 60t + 9t^2$$

$$9t^2 + 60t - 21 = 0 \quad | : 3$$

$$3t^2 + 20t - 7 = 0$$

$$D = 400 + 84 = 484 = 22^2$$

$$t_1 = \frac{-20 + 22}{6} = \frac{1}{3} \text{ часа} = 20 \text{ минут}$$

$$t_2 < 0$$

Задача 16

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 192$ Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f (в Гц) больше первого: она зависит от скорости тепловоза v (в м/с) по закону $f(v) = \dfrac{f_0}{1 - \dfrac{v}{c}}$ (Гц), где c — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 8 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 300$ м/с. Ответ дайте в м/с.

$f_0 = 192 \qquad f = 192 + 8 = 200$

$$\frac{200}{1} = \frac{192}{1 - \frac{v}{300}}$$

$$200 - \frac{200v}{300} = 192$$

$$200 - \frac{2}{3}v = 192$$

$$8 = \frac{2}{3}v$$

$$v = 8 : \frac{2}{3} = 8 \cdot \frac{3}{2} = 12$$

Задача 17

При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 6{,}4 \cdot 10^6$ Па $\cdot$ м^5, где p — давление в газе в паскалях, V – объём газа (в м^3), $k = \frac{5}{3}$. Найдите, какой объём V (в м^3) будет занимать газ при давлении p, равном $2 \cdot 10^5$ Па.

$$2 \cdot 10^5 \cdot V^{\frac{5}{3}} = 6{,}4 \cdot 10^6 \quad \Big| : 2 \cdot 10^5$$

$$V^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{V^5}$$

$$a^{\frac{b}{c}} = \sqrt[c]{a^b}$$

$$\sqrt[3]{V^5} = 3{,}2 \cdot 10$$

$$\sqrt[3]{V^5} = 32 \qquad 32 = 2^5$$

$$V^5 = 32^3$$

$$(2^5)^3 = 2^{15}$$

$$V^5 = 2^{15}$$

$$V = 2^3$$

$$V = 8$$

Задача 18

При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу со скоростями u и v (в м/с) соответственно, частота звукового сигнала f (в Гц), регистрируемого приёмником, вычисляется по формуле $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$, где $f_0 = 160$ Гц — частота исходного сигнала, c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 8$ м/с и $v = 11$ м/с — скорости источника и приёмника относительно среды. При какой скорости распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике будет равна 170 Гц? Ответ дайте в м/с.

$$170 = 160 \cdot \frac{c+8}{c-11}$$

$$\frac{17}{16} = \frac{c+8}{c-11}$$

$$17c - 187 = 16c + 128$$

$$17c - 16c = 128 + 187$$

$$c = 315$$

Задача 19

Сила тока I (в А) в электросети вычисляется по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение электросети (в В), R — сопротивление подключаемого электроприбора (в Ом). Электросеть прекращает работать, если сила тока превышает 5 А. Определите, какое наименьшее сопротивление может быть у электроприбора, подключаемого к электросети с напряжением 220 В, чтобы электросеть продолжала работать. Ответ дайте в омах.

$$5 = \frac{220}{R}$$

$$R = 220 : 5 = 44$$

Задача 1

Два велосипедиста одновременно отправились в 80-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 2 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 2 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

	v	t	S
I	x + 2	80 : (x+2)	80
II	x	80 : x	80

на 2 ч <

$$\frac{80^{\backslash x+2}}{x} - \frac{80^{\backslash x}}{x+2} = 2$$

$$\frac{\cancel{80x} + 160 - \cancel{80x}}{x^2 + 2x} = 2$$

$$\frac{160}{x^2+2x} = \frac{2}{1}$$

$$160 = 2x^2 + 4x \quad | : 2$$

$$80 = x^2 + 2x$$

$$x^2 + 2x - 80 = 0$$

$$D = 4 + 320 = 324 = 18^2$$

$$x = \frac{-2+18}{2} = 8$$

Задача 2

Заказ на изготовление 198 деталей первый рабочий выполняет на 7 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 7 деталей больше второго?

	k	t	A
I	x	$198:x$	198
II	$x-7$	$198:(x-7)$ на 7ч <	198

k

$$\frac{198}{x-7}^{\backslash x} - \frac{198}{x}^{\backslash x-7} = 7$$

$$\frac{\cancel{198x} - \cancel{198x} + 198\cdot\cancel{7}}{x^2-7x} = \cancel{7}\ 1 \quad |:7$$

$$\frac{198}{x^2-7x} = 1$$

$$x^2-7x = 198$$

$$x^2-7x-198=0$$

$$D = 49 + 792 = 841 = 29^2$$

$$x = \frac{7+29}{2} = 18$$

Задача 3

Имеется два сосуда. Первый содержит 40 кг, а второй — 25 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 36% кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

$m_в = m_р \cdot k$

	$m_в$	$m_р$	k
I	$40x$	40	x
II	$25y$	25	y
см 1	$40x+25y$	65	0,3
см 2	$x+y$	2	0,36

$m_в = m_р \cdot k$

$$\begin{cases} 40x+25y = 65\cdot 0{,}3 \\ x+y = 2\cdot 0{,}36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40x+25y = 19{,}5 \\ x+y = 0{,}72 \end{cases}$$

$y = 0{,}72 - x$

$40x + 25\cdot(0{,}72 - x) = 19{,}5$

$40x + 18 - 25x = 19{,}5$

$15x = 19{,}5 - 18$

$15x = 1{,}5$

$x = 0{,}1 \rightsquigarrow 10\%$

Задача 4

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 45% меди, второй — 20% меди. Масса первого сплава больше массы второго на 30 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 40% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

	$m_в$	$m_р$	k
I	$0{,}45(x+30)$	$x+30$	$0{,}45$
II	$0{,}2x$	x	$0{,}2$
вм	$0{,}45(x+30)+0{,}2x$	$2x+30$	$0{,}4$

$$m_в = m_р \cdot k$$

$$0{,}45(x+30)+0{,}2x = (2x+30)\cdot 0{,}4$$

$$0{,}45x+13{,}5+0{,}2x = 0{,}8x+12$$

$$0{,}65x+13{,}5 = 0{,}8x+12$$

$$1{,}5 = 0{,}15x$$

$$x = 10$$

$$2x+30 = 20+30 = 50$$

Задача 5

Катер в 10:00 вышел по течению реки из пункта A в пункт B, расположенный в 35 км от A. Пробыв в пункте B 4 часа, катер отправился назад и вернулся в пункт A в 18:00 того же дня. Определите собственную скорость катера (в км/ч), если известно, что скорость течения реки 3 км/ч.

	v	t	S
по	x + 3	35:(x+3)	35
против	x − 3	35(x−3)	35

$\Big\}$ 4

4 часа стоянка

Весь путь 8 ч

4 часа в движ.

$$\frac{35^{\backslash x+3}}{x+3}+\frac{35^{\backslash x-3}}{x-3}=4$$

$$\frac{35x+\cancel{35\cdot3}+35x-\cancel{35\cdot3}}{x^2-9}=4$$

$$\frac{\cancel{70}^{35}x}{x^2-9}=\cancel{4}^{2} \quad |:\frac{2}{1}$$

$$\frac{35x}{x^2-9}=\frac{2}{1}$$

$$35x=2x^2-18$$

$$2x^2-35x-18=0$$

$$D=1225+144=1369=37^2$$

$$x=\frac{35+37}{4}=18$$

$$x=\frac{35-37}{4}<V_{теч}$$

Задача 6

Катя и Настя, работая вместе, пропалывают грядку за 24 минуты, а одна Настя — за 42 минуты. За сколько минут пропалывает грядку одна Катя?

$К + Н \to 24м \to \frac{1}{24}$ к

$Н \to 42м \to \frac{1}{42}$

$\frac{1}{24}^{17} - \frac{1}{42}^{14} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{6} \cdot 4 \cdot 7} = \frac{1}{56} \to к$

$6 \cdot 4 \quad 6 \cdot 7 \quad 2$

$\to 56$ минут

56

$к = \frac{A}{t}$ — работа 1 грядка; — время

$t = \frac{A}{к} = \frac{1}{\frac{1}{56}} = 56$

Задача 7

Моторная лодка прошла против течения реки 168 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 13 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

	v	t	S
против	$13-x$	$168:(13-x)$	168
по	$13+x$	$168\cdot(13+x)$	168

на 2

$$\frac{168}{13-x}^{\backslash 13+x} - \frac{168}{13+x}^{\backslash 13-x} = 2$$

$$\frac{\cancel{168\cdot 13} + 168x - \cancel{168\cdot 13} + 168x}{(169-x^2)} = \cancel{2}\ 1$$

$168x\cdot\cancel{2}\ 1$

$$\frac{168x}{169-x^2} = 1$$

$$169 - x^2 = 168x$$

$$x^2 + 168x - 169 = 0$$

$$\cancel{x = -169}$$

$$x = 1$$

Задача 8

Один мастер может выполнить заказ за 40 часов, а другой — за 24 часа. За сколько часов выполняет этот заказ оба мастера, работая вместе?

$$\frac{1}{\underset{8\cdot 5}{40}}^{\backslash 3} + \frac{1}{\underset{8\cdot 3}{24}}^{\backslash 5} = \frac{8}{8\cdot 5\cdot 3} = \frac{1}{15}$$

$$\Downarrow$$

$$15$$

Задача 9

От пристани A к пристани B, расстояние между которыми равно 168 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 2 часа после этого следом за ним со скоростью, на 2 км/ч большей скорости первого, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт B оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

	v	t	S
I	x	168 : x на 2 ч >	168
II	x + 2	168 : (x+2)	168

$$\frac{168^{\backslash x+2}}{x} - \frac{168^{\backslash x}}{x+2} = 2$$

$$\frac{\cancel{168x} + 168 \cdot \cancel{2}^{1} - \cancel{168x}}{x^2+2x} = \cancel{2}^{1}$$

$$\frac{168}{x^2+2x} = 1$$

$$x^2 + 2x = 168$$

$$x^2 + 2x - 168 = 0$$

$$D = 4 + 672 = 676 = 26^2$$

$$x = \frac{-2+26}{2} = 12$$

Задача 10

Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 112 литров она заполняет на 6 минут быстрее, чем первая труба?

	k	t	A
I	$x-6$	$112:(x-6)$ на	112
II	x	$112:x$ 6 <	112

$$t=\frac{A}{k}$$

$$\frac{112^{\backslash x}}{x-6}-\frac{112^{\backslash x-6}}{x}=6$$

$$\frac{\cancel{112x}-\cancel{112x}+112\cdot\cancel{6}^{1}}{x^2-6x}=\cancel{6}^{1}$$

$$\frac{112}{x^2-6x}=1$$

$$x^2-6x=112$$

$$x^2-6x-112=0$$

$$D=36+448=484=22^2$$

$$x=\frac{6+22}{2}=14$$

Задача 11

Первые 120 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 200 км — со скоростью 100 км/ч, а затем 160 км — со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

$$V_{ср} = \frac{S_{общ}}{t_{общ}}$$

$$V_{ср} = \frac{120 + 200 + 160}{\underbrace{120 : 60 + 200 : 100 + 160 : 120}_{2 \; + \; 2 \; + \; \frac{4}{3}}} =$$

$$= 480 : 4\frac{4}{3} =$$

$$= 480 : \frac{16}{3} = \overset{30}{\cancel{480}} \cdot \frac{3}{\cancel{16}} =$$

$$= 90$$

Задача 12

Первый насос наполняет бак за 11 минут, второй — за 15 минут, а третий — за 1 час 50 минут. За сколько минут наполнят этот бак три насоса, работая одновременно?

110м

$$\frac{1}{11} + \frac{1}{15} + \frac{1}{110}$$

$$\frac{1}{11} + \frac{1}{110} = \frac{11}{110} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

6

Задача 13

Первый час автомобиль ехал со скоростью 115 км/ч, следующие три часа — со скоростью 45 км/ч, а затем два часа — со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

$$V_{ср} = \frac{S_{общ}}{t_{общ}}$$

$$\frac{115 \cdot 1 + 45 \cdot 3 + 40 \cdot 2}{1 + 3 + 2} =$$

$$= \frac{115 + 135 + 80}{6} = \frac{330}{6} = 55$$

Задача 14

По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 85 км/ч и 35 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 250 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского, равно 30 секундам. Ответ дайте в метрах.

$$V_{общ} = 85 + 35 = 120 \text{ км/ч}$$

$$\frac{120 \text{ км}}{1 \text{ ч}} = \frac{\cancel{120}^{\cancel{200}\ 100} \cdot \cancel{000} \text{ м}}{\cancel{60}_{3} \cdot \cancel{60} \text{ с}} = \frac{100}{3} \text{ м/с}$$

$$S_{общ} = \frac{100}{3} \cdot 30 = 1000$$

$$1000 - 250 = 750$$

Задача 15

Призёрами городской олимпиады по математике стали 6 учеников, что составило 5% от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

$6 - 5\%$

$x - 100\%$

$$\frac{6 \cdot \cancel{100}^{20}}{\cancel{5}} = 120$$

Задача 16

Пристани A и B расположены на озере, расстояние между ними равно 264 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из A в B. На следующий день после прибытия она отправилась тем же путём обратно со скоростью на 2 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 1 час. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B. Найдите скорость баржи на пути из A в B. Ответ дайте в км/ч.

	v	t	S
туда	x	264 : x	264
обр.	x+2	264 : (x+2) на 1 ч <	264

$$\frac{264^{\backslash x+2}}{x} - \frac{264^{\backslash x}}{x+2} = 1$$

$$\frac{\cancel{264}x + 264\cdot 2 - \cancel{264}x}{x^2+2x} = 1$$

$$\frac{528}{x^2+2x} = 1$$

$$x^2+2x = 528$$

$$x^2+2x-528=0$$

$$D = 4 + 2112 = 2116 = 46^2$$

$$x = \frac{-2+46}{2} = 22$$

Задача 17

Расстояние между городами A и B равно 500 км. Из города A в город B выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 80 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 260 км от города A. Ответ дайте в км/ч.

1) 500 - 260 = 240 км до В

2) 240 : 80 = 3 ч II

3) 3 + 1 = 4 ч I

4) 260 : 4 = 65 км/ч

Задача 18

Расстояние между пристанями A и B равно 192 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через 3 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот проплыл 92 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

1) $92 : 4 = 23$ ч плот

2) $23 - 3 = 20$ ч − яхта

	v	t	S
по	$x+4$	$192:(x+4)$ } 20	192
против	$x-4$	$192:(x-4)$	192

$$\frac{192^{\backslash x-4}}{x+4} + \frac{192^{\backslash x+4}}{x-4} = 20$$

$$\frac{192x - \cancel{192\cdot 4} + 192x + \cancel{192\cdot 4}}{x^2-16} = 20$$

$$\frac{\overset{96}{\cancel{192}}x\cdot 2}{x^2-16} = \cancel{20}^{\,5}$$

$$\frac{96x}{x^2-16} = 5$$

$$96x = 5x^2 - 80$$

$$5x^2 - 96x - 80 = 0$$

$$D = 9216 + 1600 = 10816 = 104^2$$

$$x = \frac{96+104}{10} = 20$$

Задача 19

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 80 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 13 часов. Ответ дайте в км/ч.

$13-4=9$ ч в движ.

	V	t	S
по	$x+2$	$80:(x+2)$	80
против	$x-2$	$80:(x-2)$ } 9	80

$$\frac{80^{\backslash x+2}}{x+2}+\frac{80^{\backslash x-2}}{x-2}=9$$

$$\frac{80x+\cancel{160}+80x-\cancel{160}}{x^2-4}=9$$

$$\frac{160x}{x^2-4}=\frac{9}{1}$$

$$9x^2-36=160x$$

$$9x^2-160x-36=0$$

$$D=160^2+36^2=$$

$$=25600+1296=$$

$$=26896=164$$

$$x=\frac{160+164}{18}=18$$

Задача 20

Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 27 км/ч, проходит некоторое расстояние по реке и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 32 часа после отправления из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс?

$32 - 5 = 27$ ч в движ.

	v	t	S
по	28	x	$28x$ +
против	26	$27-x$	$26 \cdot (27-x)$

$$28x = 26(27-x) \quad | : 2$$

$$14x = 13(27-x)$$

$$14x = 351 - 13x$$

$$27x = 351$$

$$x = 13$$

$$28 \cdot x = 28 \cdot 13$$

$$28 \cdot 13 \cdot 2 = 28 \cdot 26 = 728$$