

Домашнее задание 02.06.2026

Задание 1

В пирамиде $DABC$ прямые, содержащие ребра DC и AB , перпендикулярны.

- Постройте сечение плоскостью, проходящей через точку E — середину ребра DB , и параллельно DC и AB . Докажите, что получившееся сечение является прямоугольником.
- Найдите угол между диагоналями этого прямоугольника, если $DC = 24$, $AB = 10$.

Задание 2

В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка F середина ребра AB , а точка E делит ребро DD_1 в отношении $DE : ED_1 = 6 : 1$. Через точки F и E проведена плоскость α , параллельная прямой AC и пересекающая диагональ $B_1 D$ в точке O .

- Докажите, что плоскость α делит диагональ DB_1 в отношении $DO : OB_1 = 2 : 3$.
- Найдите угол между плоскостью α и плоскостью ABC , если дополнительно известно, что $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — правильная четырехугольная призма, сторона основания которой равна 4, а высота равна 7.

Задание 3

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания $AD = 14$, высота $SH = 24$. Точка P — середина бокового ребра SD , а точка N — середина ребра CD . Плоскость ABP пересекает боковое ребро SC в точке K .

- Докажите, что прямая KP пересекает отрезок SN в его середине.
- Найдите расстояние от точки K до плоскости ABS .

Задание 4

На ребрах BS и CS правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ со стороной основания $AD = 10$ и боковым ребром $SA = 5\sqrt{6}$ взяты точки K и M соответственно так, что $SK : BK = CM : SM = 3 : 2$.

- Докажите, что прямые KM и SC взаимно перпендикулярны.
- Найдите угол между прямой KM и плоскостью основания пирамиды.

Задание 5

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны ребра $BC = 5$ и $AB = AA_1 = 8$, M и N — середины ребер CD и AA_1 соответственно. Плоскость α проходит через точки M и B и параллельна прямой CD_1 .

- Докажите, что прямая DN параллельна плоскости α .
- Найдите расстояние между прямыми $C_1 D$ и BD_1 .

Задание 6

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 4, а боковое ребро SA равно 5. На ребре SC отмечена точка K , причем $SK : KC = 1 : 3$. Плоскость α содержит точку K и параллельна плоскости SAD .

- Докажите, что сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью α — трапеция.
- Найдите объем пирамиды, вершиной которой является точка S , а основанием — сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью α .



Задание 7

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ проведено сечение плоскостью, проходящей через середину M ребра AB , точку B_1 и точку K , лежащую на ребре AC и делящую его в отношении $AK : KC = 1 : 3$.

- а) Докажите, что эта плоскость проходит через середину ребра A_1C_1 .
- б) Найдите площадь сечения, если известно, что сторона основания призмы равна $4\sqrt{2}$, а высота призмы равна $8\sqrt{2}$.

Задание 8

Точки M и N — середины рёбер соответственно CC_1 и B_1C_1 треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ с основаниями ABC и $A_1B_1C_1$.

- а) Докажите, что плоскость BA_1M делит отрезок AN в отношении $4 : 3$, считая от точки A .
- б) В каком отношении плоскость BA_1M делит объём призмы?

ОТВЕТЫ

1. $\arccos \frac{119}{169}$;

2. $\operatorname{arctg} \sqrt{2}$;

3. $\frac{168}{25}$;

4. $\arcsin \frac{\sqrt{30}}{15}$;

5. $\frac{20\sqrt{2}}{3\sqrt{17}}$;

6. $\frac{5\sqrt{17}}{8}$;

7. $3\sqrt{195}$;

8. 1 : 1.