профиматика

Математика | Русский язык | Физика | Информатика

Деление уголком

тут можете держать
с нами мной связь, получать
бесплатные матемриалы.
методички и разборы

Содержание

1 Учимся делить многочлен на многочлен. 3

2 Различные способы решения уравнений высших степеней. 4

3 Решение неравенств с использованием деления уголком. 5

4 Схема Горнера 7

5 Зачем еще нужно делить многочлен на многочлен с остатком? 9

1 Учимся делить многочлен на многочлен

⟹ Теория и примеры решения

Задание 1

Выполните деление многочлена $p(x)$ на многочлен $q(x)$ без остатка:

1. $p(x) = x^3 + 2x^2 - 8x + 5$; $q(x) = x - 1$.
2. $p(x) = 24x^3 - 18x^2 - 23x - 6$; $q(x) = 2x - 3$.
3. $p(x) = 6x^3 + 7x^2 - 6x + 1$; $q(x) = 2x^2 + 3x - 1$.
4. $p(x) = x^4 + 2x^3 - 9x^2 - x + 6$; $q(x) = x - 2$.
5. $p(x) = 2x^4 - x^3 - x^2 + 3x - 30$; $q(x) = x + 2$.

Задание 2

Выполните деление многочлена $p(x)$ на многочлен $q(x)$ и укажите частное и остаток:

1. $p(x) = 6x^3 + 17x^2 - 10x - 25$; $q(x) = x^2 - x - 1$.
2. $p(x) = 12x^3 - 72x^2 + 3$; $q(x) = 2x^2 - x$.
3. $p(x) = 2x^4 - x^3 + 5x^2 - 8x + 1$; $q(x) = x - 2$.
4. $p(x) = 2x^4 - 10x^3 + 23x^2 - 22x - 3$; $q(x) = x^2 - 3x + 5$.
5. $p(x) = x^4 - 6x^3 + 5x^2 - 1$; $q(x) = x^2 - 2x - 1$.

Задание 3

Представьте выражение $p(x)$ в виде $q(x)$, где a, b, c, d - целые числа:

1. $p(x) = \dfrac{3x^2 - 6x + 7}{x + 1}$; $q(x) = ax + b + \dfrac{c}{x + 1}$.
2. $p(x) = \dfrac{x^3 - 2x^2 + 7x + 5}{x^2 - 4x + 2}$; $q(x) = ax + b + \dfrac{cx + d}{x^2 - 4x + 2}$.

2 Различные способы решения уравнений высших степеней.

$\Longrightarrow$ Теория и примеры решения

Задание 1

Решите уравнения методом группировки:

1. $x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0.$
2. $9x^3 + 27x^2 - x - 3 = 0.$
3. $x^3 - 5x^2 - 5x + 1 = 0.$
4. $x^3 + 2x^2 + 8x + 64 = 0.$

Задание 2

Решите уравнения методом замены переменной:

1. $x^4 + 5x^2 - 36 = 0.$
2. $(x^2 - 9)^2 - 4(x^2 - 9) + 3 = 0.$
3. $(3x^2 - x - 1)^2 - 18x^2 + 6x - 1 = 0.$
4. $x^5 - x^4 - 7x^3 + 7x^2 + 12x - 12 = 0.$
5. $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 3.$
6. $\dfrac{x^2 + 5x - 1}{2x - 1} + \dfrac{2x - 1}{x^2 + 5x - 1} = 5{,}2.$

Задание 3

Решите уравнения, используя деление уголком:

1. $x^3 - 5x^2 + 8x - 6 = 0.$
2. $9x^3 + 12x^2 - 10x + 4 = 0.$
3. $x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 6 = 0.$
4. $2x^4 - 2x^3 - 11x^2 - x - 6 = 0.$
5. $2x^5 - 3x^4 - 7x^3 + 8x^2 + 6x - 4 = 0.$
6. $x^6 + x^5 - 7x^4 - 5x^3 + 16x^2 + 6x - 12 = 0.$
7. $9x^6 + 6x^5 - 17x^4 - 12x^3 + 7x^2 + 6x + 1 = 0.$
8. $x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0.$
9. $x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x - 12 = 0.$

3 Решение неравенств с использованием деления уголком.

$\Longrightarrow$ Теория и примеры решения

Задание 1

Решите неравенства, используя деление уголком:

1. $x^3 - 5x + 4 \leq 0.$
2. $x^3 + 9x^2 + 24x + 20 \leq 0.$
3. $2x^3 - 3x^2 - 45x - 54 > 0.$
4. $2x^4 - 11x^3 - 13x^2 + 36x + 36 \leq 0.$
5. $x^3 - 3x^2 + 4 > 0.$

Задание 2

Решите неравенства:

1. $x^2 - 3x + \dfrac{10 - x^2}{x - 2} > 1.$
2. $x^3 - 7x^2 + 6\dfrac{3x^2 + 1}{x + 1} \leq 6.$
3. $-x^3 - 12x^2 + \dfrac{119x^2 - 20}{10 - x} \geq -2.$
4. $x^4 - 7x^3 + 20x^2 - \dfrac{32x^2 + 4}{x + 1} > -4.$
5. $\dfrac{x^2 + 3x - 2}{x + 3} + \dfrac{16}{x^2 - x - 12} > 0.$
6. $\dfrac{x^2 - 3x + 10}{x^2 - 4x + 3} - \dfrac{56}{x^3 + x^2 - 17x + 15} \leq 0.$
7. $27^x + 7 \cdot 9^x + \dfrac{11 \cdot 3^{2x+1} - 54}{3^x - 6} < 9.$

профиматика

90+
Набрал каждый 3-ий наш ученик

98%
Выпускников студенты топовых вузов

Мы онлайн-школа, которая сумеет подготовить к ЕГЭ с любого уровня на нужный балл, с чётким планом и без стресса! Построй свой фундамент для поступления!

7500+
Учеников прошли наши годовые курсы

6 лет
Опыта подготовки к экзаменам

Преподы, которые влюбят тебя в ЕГЭ

Игорь Уколов

отец Профиматики

- Выпускник мехмата МГУ
- Лично подготовил 30+ стобалльников
- 3 раза сдал ЕГЭ на 100 баллов
- Опыт подготовки к ЕГЭ — 15 лет

С Игорем ты научишься решать быстро и качественно задачи, которые обязан решить каждый

Влад Вуль

отец корги и не только

- Диплом факультета прикладной математики МГОУ
- Обладатель многократных премий «Репетитор года» PROFI.RU
- 8 раз сдал ЕГЭ на 100 баллов
- Преподаёт математику с 2006 года

С Владом ты поймёшь все самые сложные задачи ЕГЭ. Объясняет математику предельно понятно. Ты будешь в шоке от того, как на самом деле всё легко.

Антон Гурко

преподаватель математики

- Выпускник ВМК МГУ
- Учитель высшей категории со стажем более 10 лет
- Призёр олимпиады для учителей: «Команда большой страны»

Ведущий эксперт ЕГЭ, член конфликтной комиссии по проверке ЕГЭ по математике и рассмотрению апелляций

4 Схема Горнера

⟹ Теория и примеры решения

Примеры

1) Решите уравнение: $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$

Так как коэффициент при старшем члене 1, а свободный член -24, то потенциальные корни - это делители числа -24: ± 1, ± 2, ± 3, ± 4, ± 6, ± 12, ± 24.

	1	-9	26	-24	
1	1	-8	18	-6	Так как мы получили -6, продолжаем.
-1	1	-10	36	-60	Так как мы получили -60, продолжаем.
2	1	-7	12	0	Получили 0. $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = (x-2)(x^2 - 7x + 12)$.*
2	1	-5	2		Так как мы получили 4, продолжаем.
-2	1	-9	30		Так как мы получили -60, продолжаем.
3	1	-4	0		

Итак, мы получили уравнение: $(x-2)(x-3)(x-4) = 0$.
Следовательно, ответ: $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 4$.

*На самом деле дальше можно было не делить, а найти корни квадратного уравнения $x^2 - 7x + 12 = 0$ через дискриминант. Мы продолжили дальнейшее деление, чтобы показать всю суть этого метода.

2) Решите уравнение: $x^4 + 5x^3 + 9x^2 + 8x + 4 = 0$

Так как коэффициент при старшем члене 1, а свободный член 4, то потенциальные корни - это делители числа 4: ± 1, ± 2, ± 4.

	1	5	9	8	4	
1	1	6	15	23	27	Так как мы получили 27, продолжаем.
-1	1	4	5	3	1	Так как мы получили 1, продолжаем.
2	1	7	23	46	73	Так как мы получили 73, продолжаем.
-2	1	3	3	2	0	Получили 0, имеем выражение $(x+2)(x^3 + 3x^2 + 3x + 2)$.
-2	1	1	1	0		Получили 0, имеем выражение $(x+2)(x+2)(x^2 + x + 1)$.

Заметим, что $x^2 + x + 1 = 0$ не имеет корней.
Следовательно, ответ: $x = -2$.
3) $3x^4 + 13x^3 - 2x^2 - 17x - 5 = 0$

Так как коэффициент при старшем члене 3, а свободный член -5, то потенциальные корни: ± 1, $\pm \frac{1}{3}$, ± 5, $\pm \frac{5}{3}$.

	3	13	-2	-17	-5	
1	3	16	14	-3	-8	Так как мы получили -8, продолжаем.
1	3	10	-12	-5	0	Получили 0, имеем выражение $(x+1)(3x^3+10x^2-12x-5)$.
-1	3	7	-19	14		Так как мы получили 14, продолжаем.
$\frac{1}{3}$	3	11	$-\frac{25}{3}$	$-\frac{178}{9}$		Так как мы получили $-\frac{178}{9}$, продолжаем.
$-\frac{1}{3}$	3	9	-15	0		Получили 0, имеем выражение $(x+1)(x+\frac{1}{3})(3x^2+9x-15)$.

Теперь решим квадратное уравнение $3x^2+9x-15=0 \Leftrightarrow x^2+3x-5=0$.
$D=3^2-4\cdot(-5)=29$.

Следовательно, ответ: $x_1=-\frac{3+\sqrt{29}}{2}$, $x_2=-\frac{3-\sqrt{29}}{2}$, $x_3=-\frac{1}{3}$, $x_4=-1$.

Задание

1. $x^4+2x^3-13x^2-38x-24=0$.

	1	2	-13	-38	-24

2. $x^5-5x^4-9x^3+41x^2+32x-60=0$.

3. $x^3 - 5x + 4 = 0.$
4. $2x^3 - 11x^2 + 12x + 9 = 0.$
5. $5x^4 - 3x^3 - 4x^2 - 3x + 5 = 0.$

5 Зачем еще нужно делить многочлен на многочлен с остатком?

Задание 1

Решите уравнение:
$\dfrac{x^4 - x^3 - 7x^2 + 16x - 9}{x-2} - \dfrac{x^4 - x^3 + x^2 + 5x - 4}{x-1} = 2 - 6x + x^2.$

Задание 2

При каких натуральных значениях n выражение $\dfrac{3n^2 - 26n + 35}{4n - 28}$ является натуральным числом?

Задание 3

Найдите такие многочлены $P(x)$ и $Q(x)$, чтобы выполнялось тождество:

1. $P(x) \cdot (x+1) + Q(x) \cdot (x^4 + 1) = 2.$
2. $P(x) \cdot (x+1) + Q(x) \cdot (x^4 + 1) = 1.$

Подсказки

Различные способы решения уравнений высших степеней.

Задание 1

1. $x^3 - 4x^2 - x + 4 = (x^3 - 4x^2) - (x - 4)$.
2. $9x^3 + 27x^2 - x - 3 = 9x^2(x + 3) - (x + 3)$.
3. $x^3 - 5x^2 - 5x + 1 = (x^3 + 1) - 5x(x + 1)$.
   Далее для скобки $(x^3 + 1)$ используйте формулу суммы кубов.
4. $x^3 + 2x^2 + 8x + 64 = (x^3 + 64) + 2x(x + 4)$
   Далее для скобки $(x^3 + 64)$ используйте формулу суммы кубов.

Задание 2

1. Сделаем замену $t = x^2$ и получим уравнение $t^2 + 5t - 36 = 0$.
2. Сделаем замену $t = x^2 - 9$ и получим уравнение $t^2 - 4t + 3 = 0$.
3. $(3x^2 - x - 1)^2 - 18x^2 + 6x - 1 = ((3x^2 - x) - 1)^2 - 6(3x^2 - x) - 1$
   Сделаем замену $t = 3x^2 - x$ и получим уравнение $(t - 1)^2 - 6t - 1 = 0$.
4. $x^5 - x^4 - 7x^3 + 7x^2 + 12x - 12 = x^4(x - 1) - 7x^2(x - 1) + 12(x - 1)$.
   Вынесем скобку $(x - 1)$ — отсюда получим первый корень. Сократим уравнение на эту скобку и сделаем замену $t = x^2$.
5. Перемножим попарно: $x(x + 3)$ и $(x + 1)(x + 2)$ и сделаем замену $t = x^2 + 3x$.
6. Сделаем замену $t = \dfrac{x^2 + 5x - 1}{2x - 1}$, тогда $\dfrac{1}{t} = \dfrac{2x - 1}{x^2 + 5x - 1}$. Получим уравнение $t + \dfrac{1}{t} = 5{,}2$. Домножим уравнение на t и решим новое квадратное уравнение.

Задание 3

1. Заметим, что, если данное уравнение имеет рациональный корень, то он является делителем числа 6. Одним из корней данного уравнения является $x_1 = 3$.
2. Заметим, что, если данное уравнение имеет рациональный корень, то он является делителем числа 4. Одним из корней данного уравнения является $x_1 = -2$.
3. Заметим, что, если данное уравнение имеет рациональный корень, то он является делителем числа 6. Одним из корней данного уравнения является $x_1 = -3$.
4. Заметим, что, если данное уравнение имеет рациональный корень, то он является делителем числа 6. Одним из корней данного уравнения является $x_1 = -2$.
5. Заметим, что, если данное уравнение имеет рациональный корень, то он является делителем числа 4. Одним из корней данного уравнения является $x_1 = 2$.

6. Заметим, что, если данное уравнение имеет рациональный корень, то он является делителем числа 12. Одним из корней данного уравнения является $x_1 = 1$. После деления уравнения на скобку $(x-1)$ получаем: $x^5 + 2x^4 - 5x^3 - 10x^2 + 6x + 12 = x^4(x+2) - 5x^2(x+2) + 6(x+2)$.

   Вынесем скобку $(x+2)$ и получим $(x^4 - 5x^2 + 6)(x+2)$. Далее может потребоваться замена $x^2 = t$.

7. Заметим, что, если данное уравнение имеет рациональный корень, то он является делителем числа 1. Корнями данного уравнения являются, например $x_{1,2} = -1$.

8. Заметим, что, если данное уравнение имеет рациональный корень, то он является делителем числа 15. Одним из корней данного уравнения является $x_1 = 1$.

9. Заметим, что, если данное уравнение имеет рациональный корень, то он является делителем числа 12. Одним из корней данного уравнения является $x_2 = -2$.

Зачем еще нужно делить многочлен на многочлен с остатком?

Задание 1

Разделим слагаемые левой части на знаменатели с остатком. Приведем подобные слагаемые и получим уравнение:

$$\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-1} = 2.$$

Перенесем слагаемые в левую часть и приведем их к общему знаменателю. Раскроем скобки числителя и найдем его корни.

Задание 2

Разделим числитель на $n-7$. Получим, что $3n-5$ должно делиться на 4.
Найдем такие n.

Ответы

Уголок

Задание 1

1. $x^2 + 3x - 5$.
2. $12x^2 + 9x + 2$.
3. $3x - 1$.
4. $x^3 + 4x^2 - x - 3$.
5. $2x^3 - 5x^2 + 9x - 15$.

Задание 2

1. $6x + 23$; $19x - 2$.
2. $6x - 33$; $3 - 33x$.
3. $2x^3 + 3x^2 + 11x + 14$; 29.
4. $2x^2 - 4x + 1$; $x - 8$.
5. $x^2 - 4x - 2$; $-8x - 3$.

Задание 3

1. $3x - 9 + \frac{16}{x+1}$.
2. $x + 2 + \frac{13x+1}{x^2-4x+2}$.

Различные способы решения уравнений высших степеней.

Задание 1

1. $x_1 = 4$, $x_{2,3} = \pm 1$.
2. $x_{1,2} = \pm\frac{1}{3}$, $x_3 = -3$.
3. $x_1 = -1$, $x_{2,3} = 3 \pm 2\sqrt{2}$.
4. $x = -4$.

Задание 2

1. $x_{1,2} = \pm 2$.
2. $x_{1,2} = \pm\sqrt{10}$, $x_{3,4} = \pm 2\sqrt{3}$.
3. $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{1}{3}$, $x_{3,4} = \frac{1\pm\sqrt{97}}{6}$.
4. $x_1 = 1$, $x_{2,3} = \pm 2$, $x_{4,5} = \pm\sqrt{3}$.
5. $x_{1,2} = -\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$.
6. $x_1 = 1$, $x_2 = 4$, $x_{3,4} = -\frac{23\pm\sqrt{609}}{10}$.

Задание 3

1. $x = 3$.
2. $x = -2$.
3. $x_1 = 2$, $x_2 = -3$.
4. $x_1 = -2$, $x_2 = 3$.
5. $x_1 = -1$, $x_2 = 2$, $x_3 = \frac{1}{2}$, $x_{4,5} \pm \sqrt{2}$.
6. $x_1 = 1$, $x_2 = -2$, $x_{3,4} = \pm\sqrt{2}$, $x_{5,6} = \pm\sqrt{3}$.
7. $x_{1,2} = \pm 1$, $x_3 = -\frac{1}{3}$.
8. $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, $x_3 = 5$.
9. $x_1 = 1$, $x_2 = -2$.

Решение неравенств с использованием деления уголком.

Задание 1

1. $(-\infty; \frac{-1-\sqrt{17}}{2}] \cup [1; \frac{\sqrt{17}-1}{2}]$.
2. $(-\infty; -5] \cup \{1\}$.
3. $(-3; -\frac{3}{2}) \cup (6; \infty)$.
4. $[-\frac{3}{2}; 1] \cup [2; 6]$.
5. $(-1; 2) \cup (2; \infty)$.

Задание 2

1. $(-\infty; -1) \cup (2; 3) \cup (4; \infty)$.
2. $(-\infty; -1) \cup [0; 1] \cup [2; 3]$.
3. $(-\infty; -2] \cup [-1; 0] \cup [1; 10)$.
4. $(-\infty; -1) \cup (0; 1) \cup (1; 2) \cup (2; \infty)$.
5. $(-4; -3) \cup (2; 3) \cup (4; \infty)$.
6. $(-5; -3] \cup [-1; 1) \cup [2; 3)$.
7. $(1; \log_3 6)$.

Схема Горнера

1. $x_1 = -3$, $x_2 = -2$, $x_3 = -1$, $x_4 = 4$.
2. $x_1 = -2$, $x_2 = 1$, $x_3 = 3$, $x_4 = 5$.
3. $x_1 = 1$, $x_2 = -\frac{1+\sqrt{17}}{2}$, $x_3 = -\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.
4. $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = 3$.
5. $x_1 = 1$.

Зачем еще нужно делить многочлен на многочлен с остатком?

Задание 1

$x_1 = 0{,}5$; $x_2 = 3$.

Задание 2

$n = 4k - 1$, где k-натуральное, $n \neq 7$.

Задание 3

1. $Q = 1; P = -x^3 - x^2 - x - 1$.
2. $Q = \frac{1}{2}; P = -\frac{1}{2}(x^3 + x^2 + x + 1)$.

профиматика

Ты героически добрался до конца файла — поздравляем!

Сам факт того, что ты изучил этот материал, уже дает тебе большое преимущество в подготовке к ЕГЭ. Однако одной теории недостаточно: для высокого балла нужно уметь доказывать теоремы и решать практические задачи.

Если ты хочешь достичь результата без лишнего стресса и нервов, получить чёткий план от экспертов и поддержку на каждом этапе подготовки, записывайся на наш легендарный курс подготовки к ЕГЭ.

Тебя ждёт:

- Глубокое вводное тестирование – оно покажет твои сильные и слабые стороны и поможет отточить ровно то, с чем есть сложности;
- Индивидуальная траектория подготовки четко на твой желанный балл;
- Вебинары с ДЗ и проверкой экспертов;
- Регулярные пробники;
- Куча полезных материалов: шпоры, методички по каждой задаче;
- Поддержка наставников – тех, кто прошел этот путь до тебя и знает все секреты подготовки;
- Имбовая атмосфера среди таких же замотивированных ребят, как и ты и чат, где мы лично отвечаем на все вопросы.

Записаться на курс

А по промокоду **EGEPROFI** ты получишь скидку в 10% на любой тариф нашего курса!