

# Вся теория для задания №11 ЕГЭ по профильной математике



Влад Вуль

Игорь Уколов



В данном файле представлена **вся теория, необходимая для задания №11** из ЕГЭ по профильной математике.

Однако, если ты хочешь овладеть всеми задачами ЕГЭ в полной мере, сдать экзамен на высокие баллы и поступить в ВУЗ мечты, то одной лишь шпоры не будет достаточно. Поэтому очень рекомендуем тебе записаться на наш курс по подготовке к ЕГЭ по Профильной Математике. На курсе тебя ждет большое количество вебинаров, домашки с обратной связью от экспертов, индивидуальная траектория подготовки, личный куратор и многое другое!

Записаться на курс можно по [ссылке](#) или QR коду:



Твой путь к высоким баллам на ЕГЭ начинается с Профиматики!

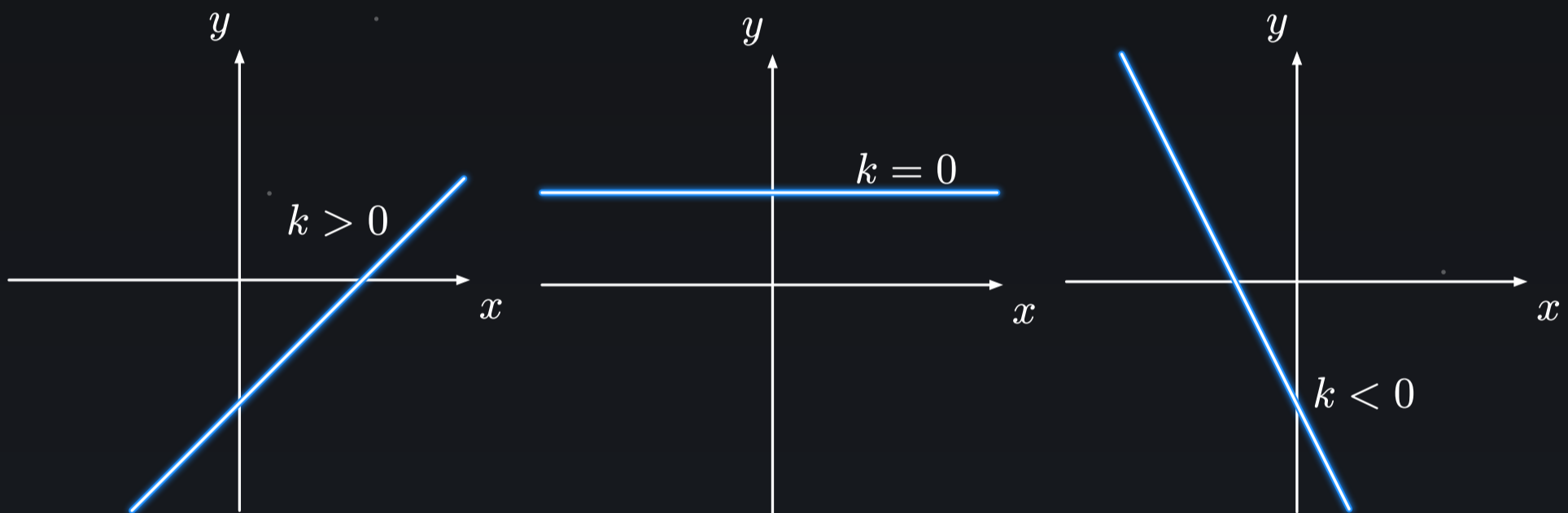
## << Задание 11 >>

### < Важные напоминания про оси координат >

Название оси	Обозначение	Направление
Ось <b>абсцисс</b>	$Ox$	Горизонтальная (вдоль $x$ )
Ось <b>ординат</b>	$Oy$	Вертикальная (вдоль $y$ )

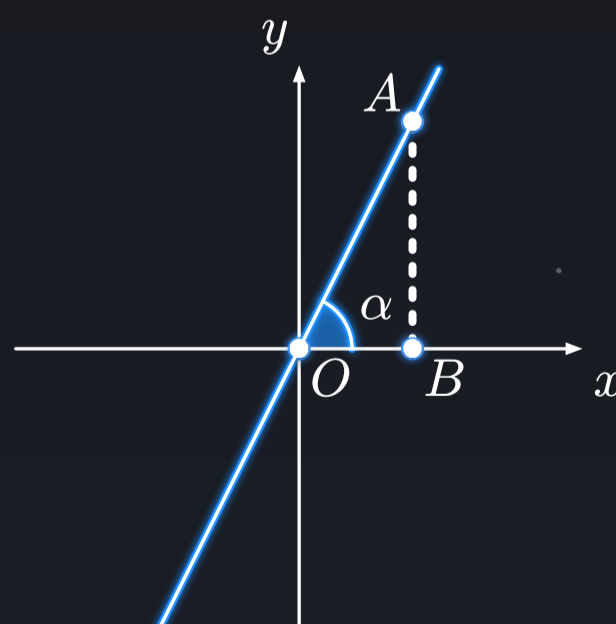
### < Линейная функция >

Прямая на плоскости задается уравнением  $y = kx + b$ , где  $k$  — угловой коэффициент наклона прямой,  $b$  — сдвиг на  $b$  единиц по оси  $y$ . Также  $b$  — это ордината точки пересечения прямой и оси  $y$ .

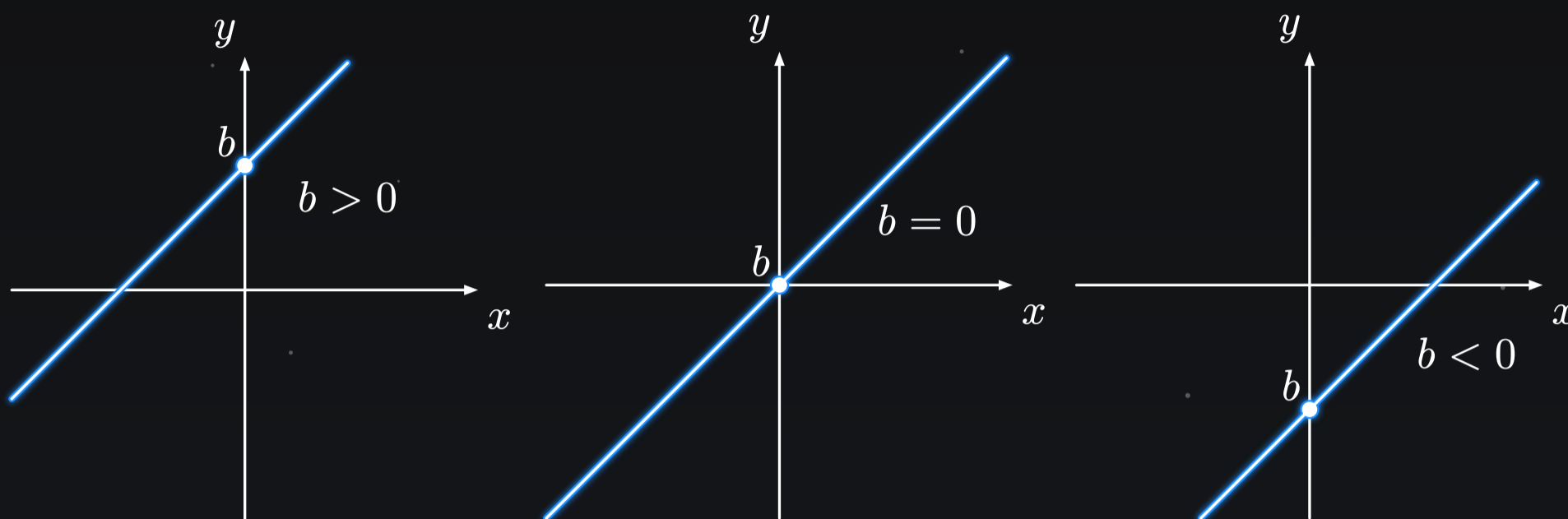


Коэффициент  $k$  равен тангенсу угла наклона прямой к оси  $x$  — угла между положительным направлением оси  $x$  и прямой:

Найдем коэффициент  $k$  в том случае, когда  $k > 0$ . Он равен тангенсу угла  $\alpha$ .



Коэффициент  $b$  равен значению ординаты точки пересечения прямой с осью  $y$ . Действительно, если подставить в уравнение  $y = kx + b$ :  $x = 0$ , получим значение ординаты  $y = b$ :

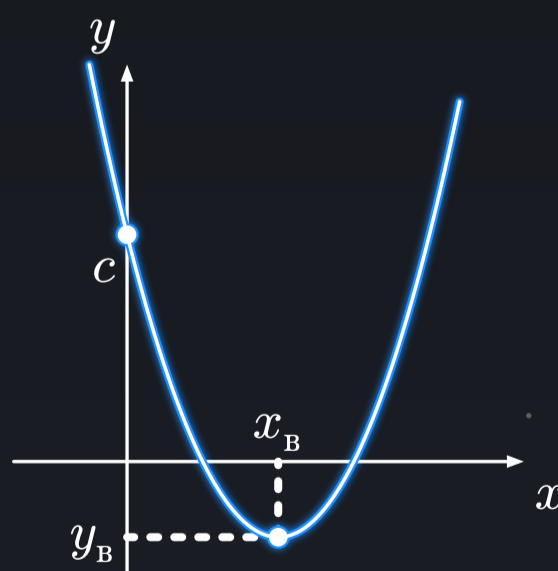


### < Квадратичная функция >

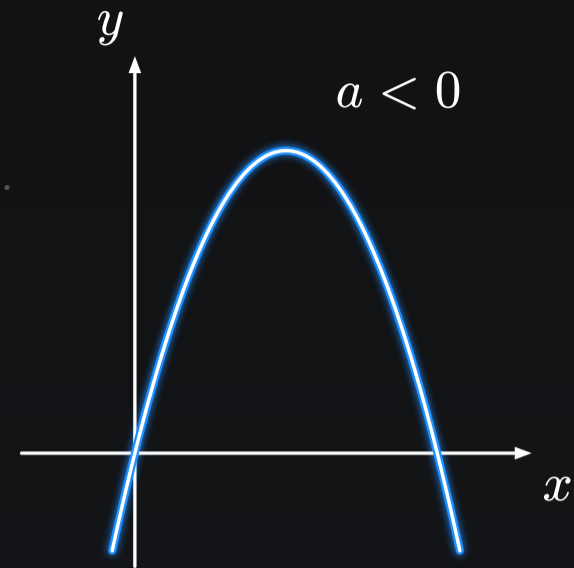
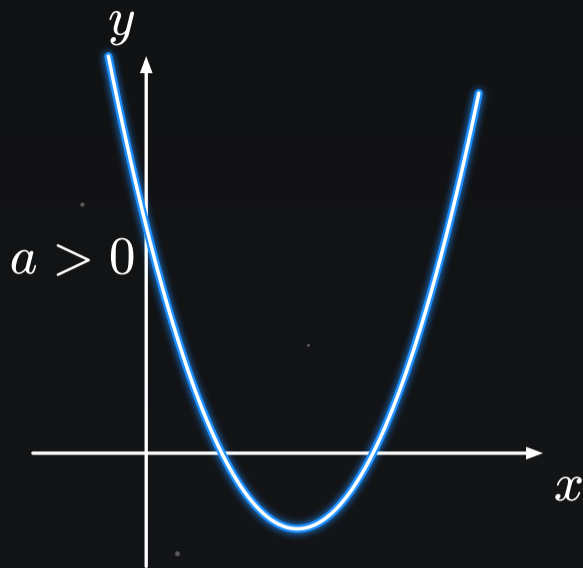
Параболой называется график, который задается уравнением  $y = ax^2 + bx + c$ , где коэффициент  $a$  отвечает за направление ветвей,  $c$  — ордината точки пересечения параболы с осью  $y$ .

$x_{\text{в.}}$  =  $\frac{-b}{2a}$  — абсцисса вершины параболы. Подставим  $x_{\text{в.}}$  в уравнение параболы и получим:

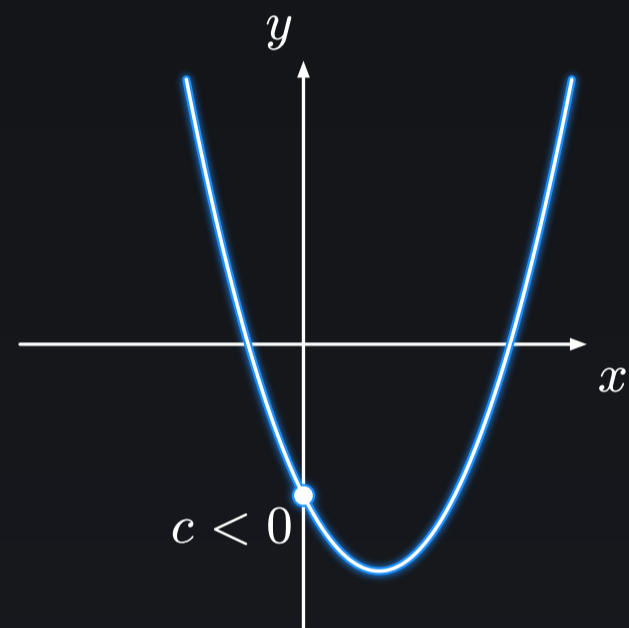
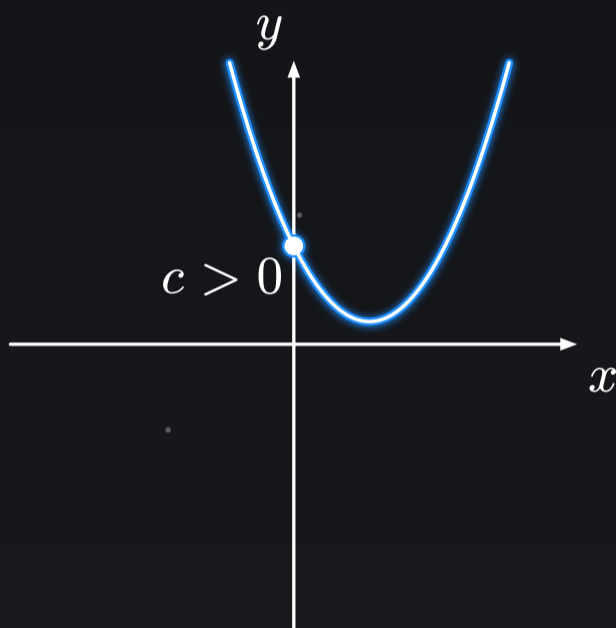
$$\begin{aligned}
 y_{\text{в.}} &= a \frac{b^2}{4a^2} + b \frac{-b}{2a} + c = \\
 &= -\frac{b^2}{4a} + c = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-D}{4a}.
 \end{aligned}$$



Как коэффициент  $a$  влияет на уравнение параболы?



Как коэффициент  $c$  влияет на уравнение параболы?



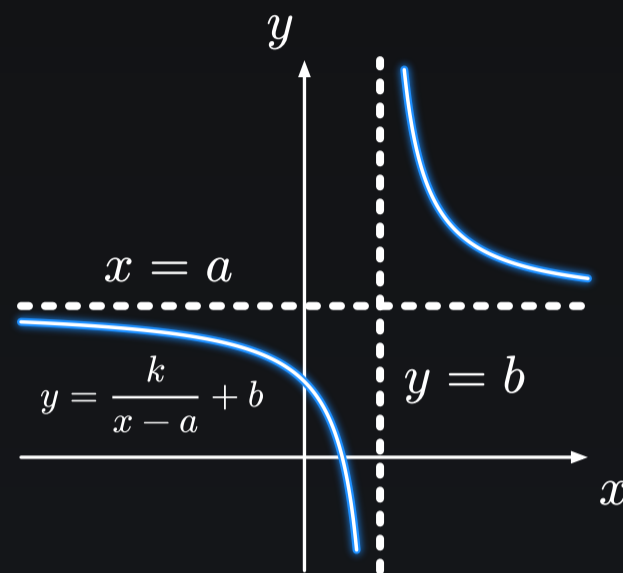
Парабола, заданная уравнением  $y = ax^2 + bx + c$ , имеет 2 пересечения с осью  $x$ , если дискриминант уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$  больше нуля; касается оси  $x$ , если дискриминант равен нулю; не пересекается с осью  $x$ , если дискриминант меньше нуля.



## &lt; Гипербола &gt;

Гиперболой называется график, который задается уравнением:

$$y = \frac{k}{x - a} + b.$$

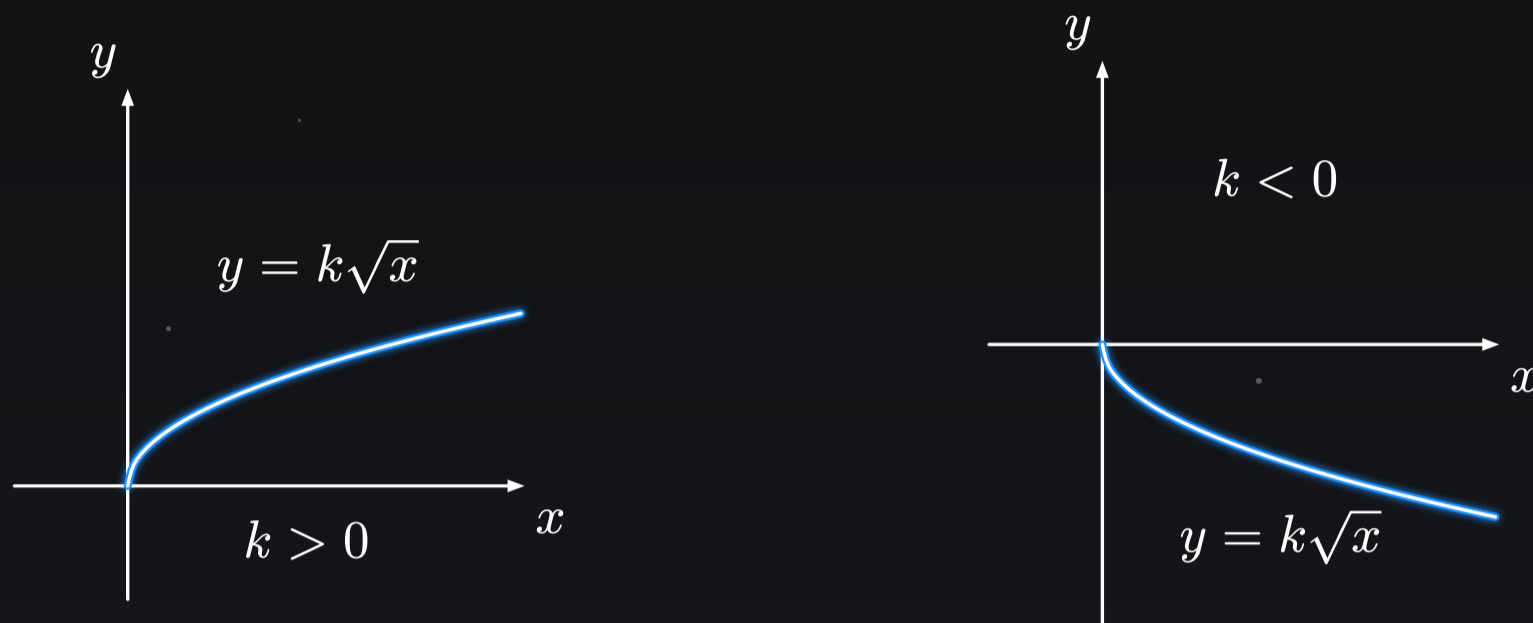
**За что отвечают коэффициенты  $k$ ,  $a$  и  $b$ ?**

Если  $x$  стремится к  $a$ , то знаменатель дроби  $x - a$  стремится к 0, значит, мы делим фиксированное число  $k$  на очень маленькое положительное или отрицательное число. Тогда  $\frac{k}{x-a}$  стремится к  $\pm\infty$ , значит  $y$  стремится к  $\pm\infty$ . В этом случае говорят, что график гиперболы имеет вертикальную асимптоту — прямую  $x = a$ . Заметим, что при  $x = a$  знаменатель дроби обращается в 0.

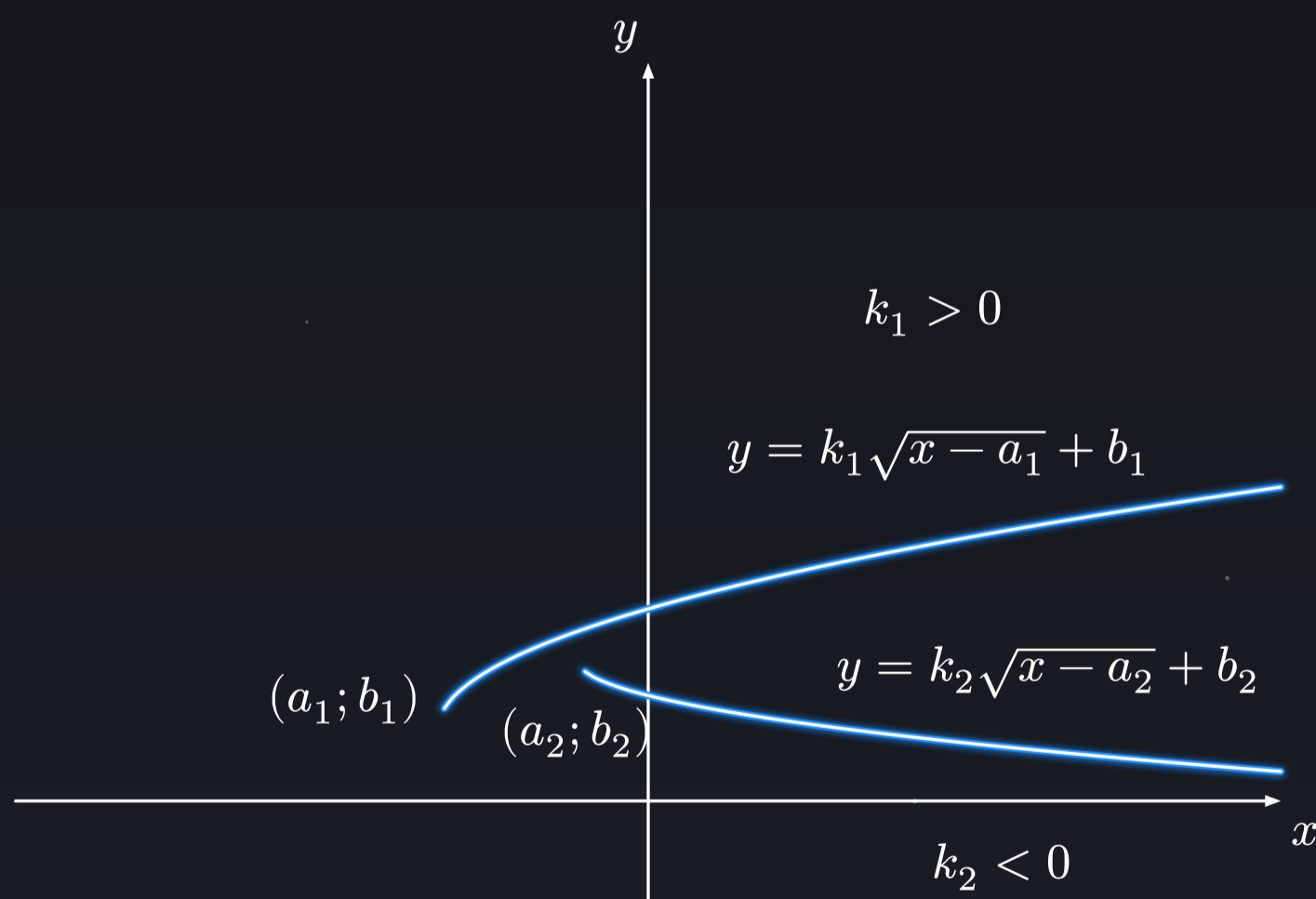
Если  $x$  стремится к  $\pm\infty$ , то  $\frac{k}{x-a}$  стремится к 0, потому что мы делим фиксированное число  $k$  на очень большое число, значит,  $y$  стремится к  $b$ . В этом случае говорят, что график гиперболы имеет горизонтальную асимптоту — прямую  $y = b$ .

## &lt; Функция корня &gt;

Иррациональная функция задается уравнением  $y = k\sqrt{x}$ , где коэффициент  $k$  отвечает за растяжение по оси  $y$  и направление кривой.

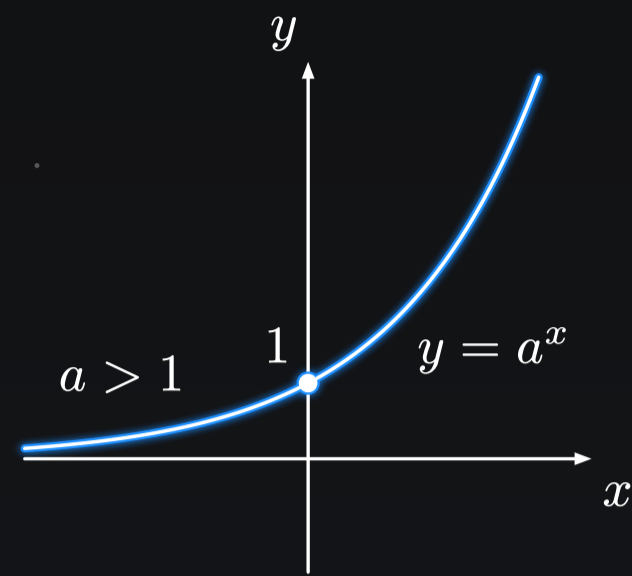


Иррациональная функция в общем виде задается уравнением  $y = k\sqrt{x - a} + b$ , где коэффициент  $k$  отвечает за растяжение по оси  $y$  и направление кривой,  $a$  — это сдвиг графика  $y = k\sqrt{x}$  на  $a$  единиц по оси  $x$ , а  $b$  — на  $b$  единиц по оси  $y$ .

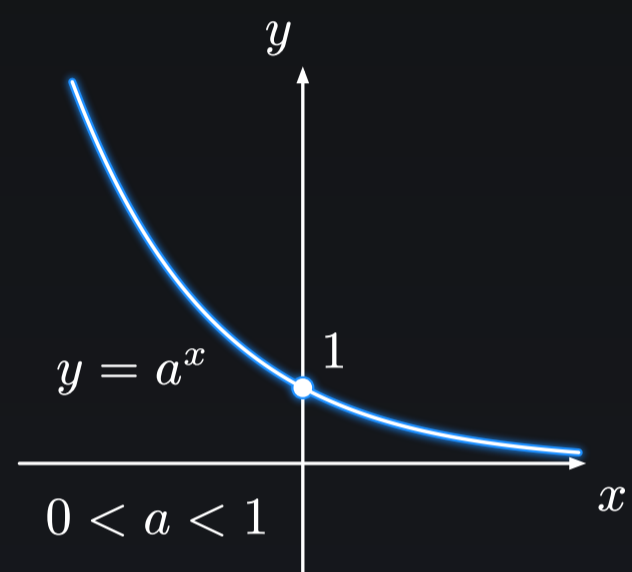


## &lt; Показательная функция &gt;

Показательная функция  $y = a^x$  определена при всех  $x$ , при  $a > 1$  является возрастающей при всех  $x$  и принимает значения  $y \in (0; +\infty)$ . Ее график всегда проходит через точку  $(0; 1)$ .

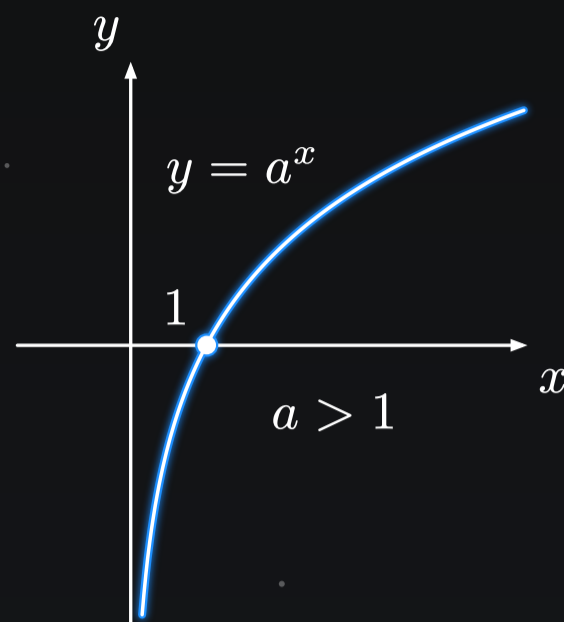


Показательная функция  $y = a^x$  определена при всех  $x$ , при  $0 < a < 1$  является убывающей при всех  $x$  и принимает значения  $y \in (0; +\infty)$ . Ее график всегда проходит через точку  $(0; 1)$ .

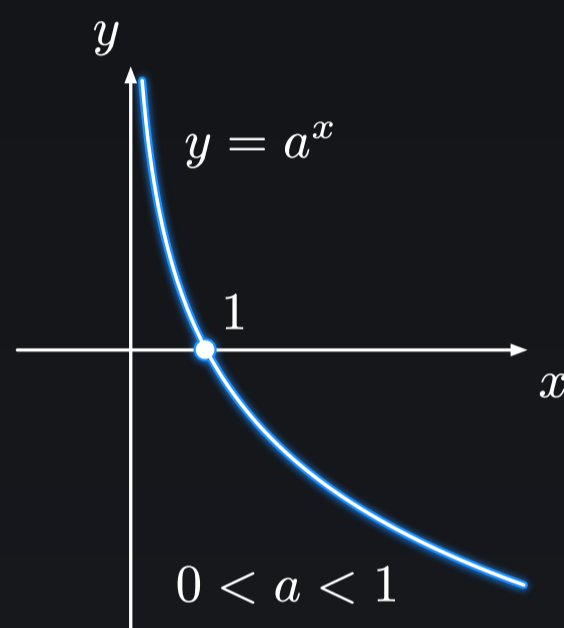


## &lt; Логарифмическая функция &gt;

Логарифмическая функция  $y = \log_a x$  при  $a > 1$  является возрастающей, определена при  $x > 0$  и принимает значения  $y \in (-\infty; +\infty)$ . Ее график всегда проходит через точку  $(1; 0)$ .



Логарифмическая функция  $y = \log_a x$  при  $0 < a < 1$  является убывающей, определена при  $x > 0$  и принимает значения  $y \in (-\infty; +\infty)$ . Ее график всегда проходит через точку  $(1; 0)$ .

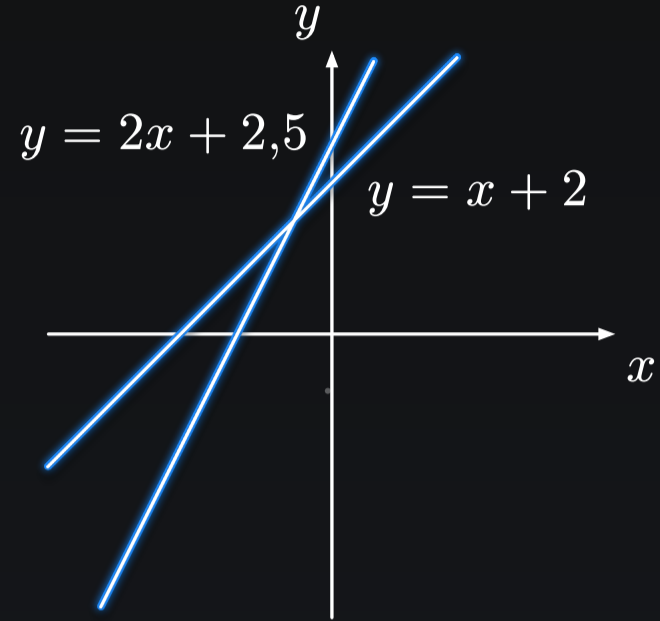
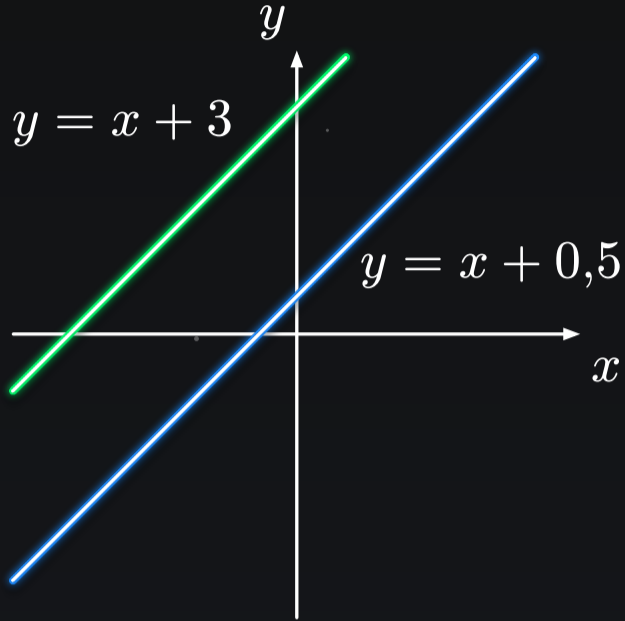


< Взаимные расположения >

Взаимное расположение прямых  $y = k_1x + b_1$  и  $y = k_2x + b_2$  на плоскости:

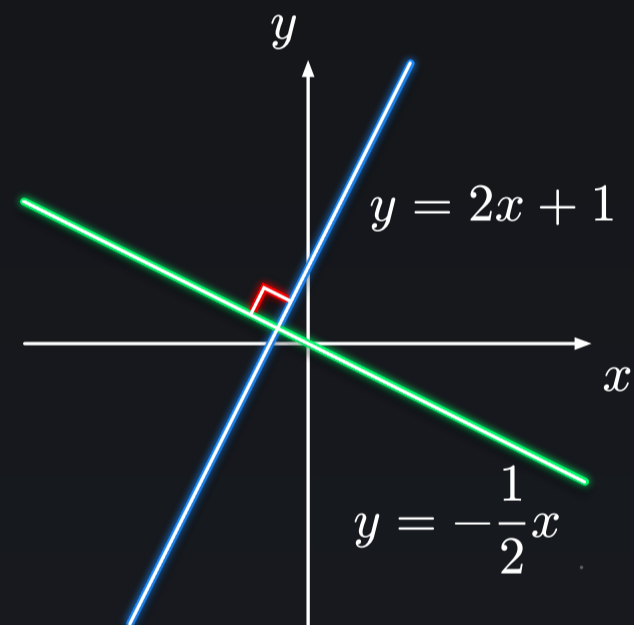
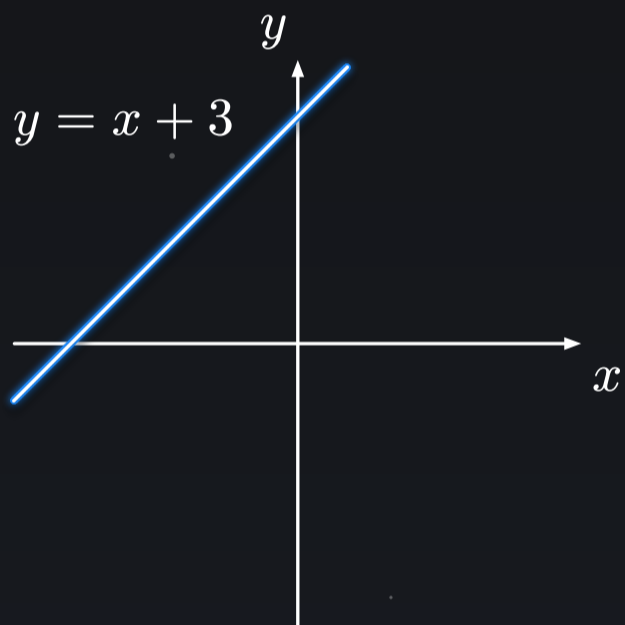
$k_1 = k_2; b_1 \neq b_2$  — параллельны;

$k_1 \neq k_2$  — пересекаются;

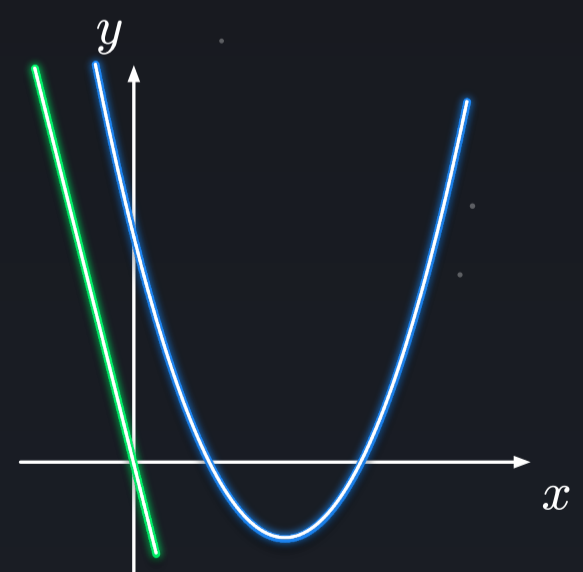
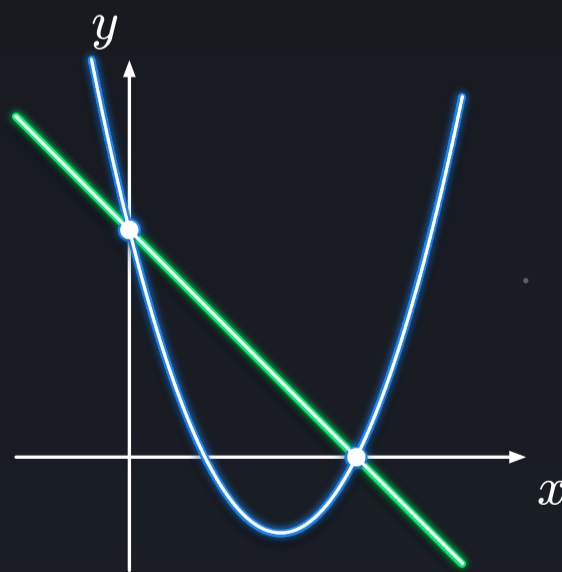
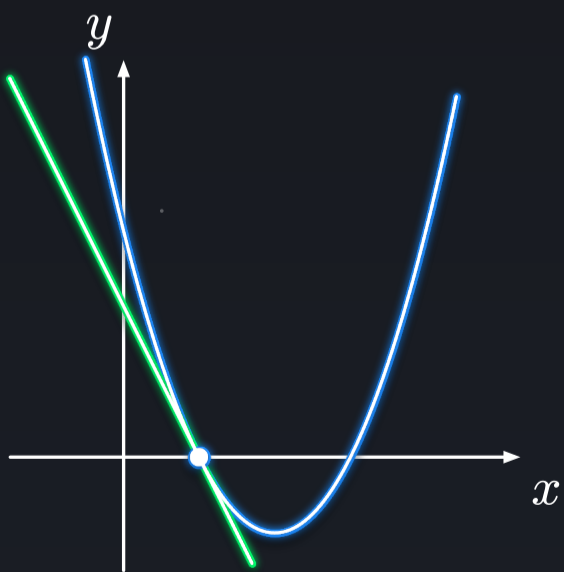


$k_1 = k_2; b_1 = b_2$  — совпадают;

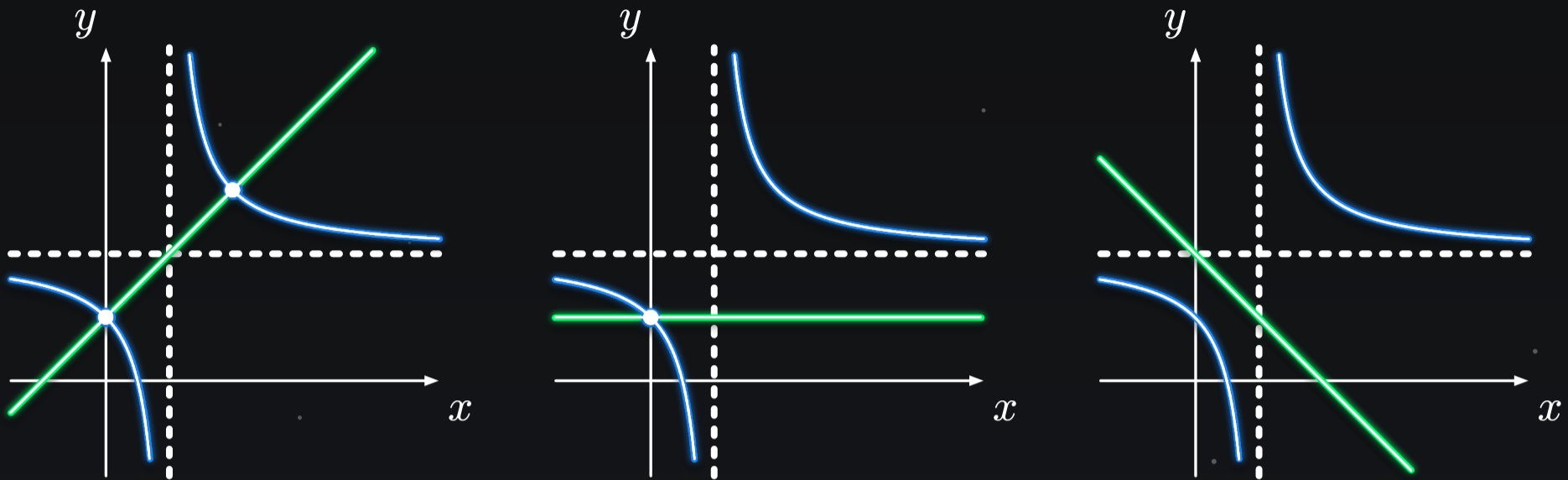
$k_1 k_2 = -1$  — перпендикулярны.



Парабола и прямая могут иметь одну или две точки пересечения или не иметь точек пересечения вообще.

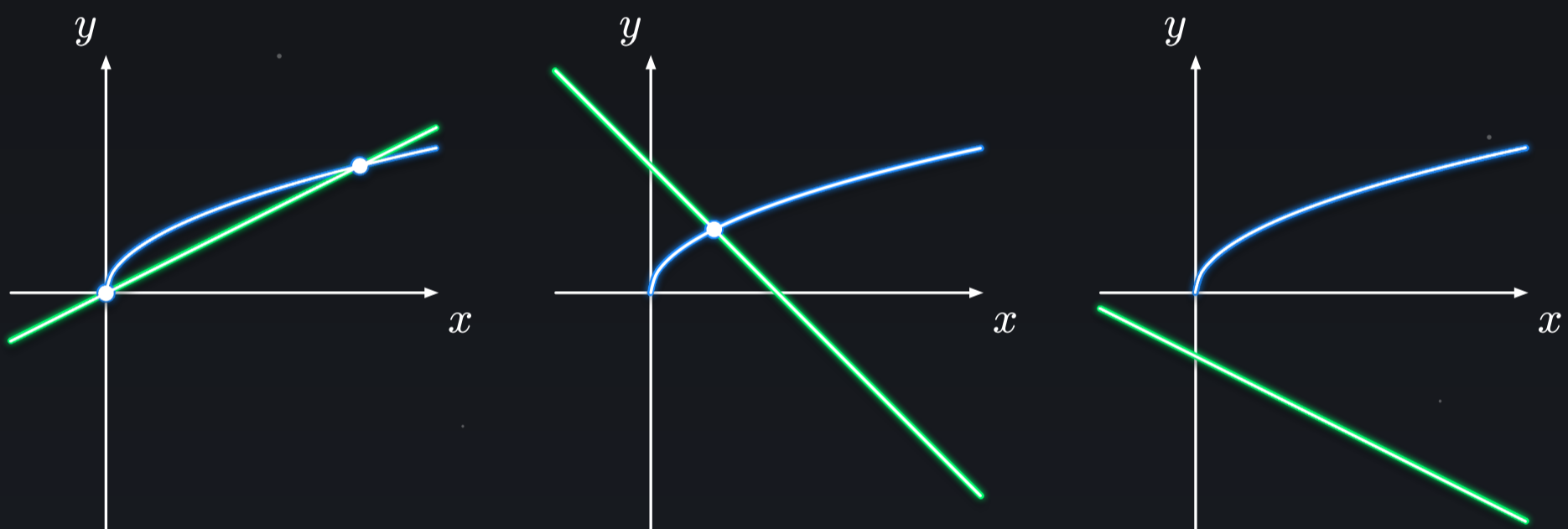


Гипербола и прямая могут иметь одну или две точки пересечения или не иметь точек пересечения вообще.



Горизонтальная прямая не пересекается с гиперболой, когда она является асимптотой, в остальных случаях горизонтальная прямая имеет одну точку пересечения с гиперболой.

Корень и прямая могут иметь одну или две точки пересечения или не иметь точек пересечения вообще.



При этом горизонтальная и вертикальная прямые не пересекаются с корнем или имеют с ним одну точку пересечения.

### < Алгоритм нахождения абсциссы/ординаты точки пересечения >

1. Рассмотреть график на рисунке и отметить точки графика с целыми координатами.
2. Подставить точки в свои уравнения и найти коэффициенты.
3. Приравнять значения функций ( $f(x) = g(x)$ ).
4. Находим решение такого уравнения (это координаты абсциссы т. пересечения).
5. Подставляем найденное значение в любое уравнение (это координаты ординаты т. пересечения).

Подписывайся на наши соцсети по математике:

- Математика ЕГЭ: [Телеграм](#) | [YouTube](#) | [ВКонтакте](#)
- Математика ОГЭ: [Телеграм](#) | [YouTube](#) | [ВКонтакте](#)

В Профиматике помимо математики есть еще **большое количество других направлений**, которые могут пригодиться тебе при подготовке к ЕГЭ.

Среди них есть:

- Физика: [Телеграм](#) | [YouTube](#) | [ВКонтакте](#)
- Информатика: [Телеграм](#) | [YouTube](#) | [ВКонтакте](#)
- Русский язык: [Телеграм](#) | [YouTube](#) | [ВКонтакте](#)

А также в Профиматике есть очень крутое направление Высшей Математики, которая, к слову, есть **во всех вузах страны**. Поэтому очень советуем заранее позаботиться о своей учебе в вузе и подписаться на наш канал по Вышмате:

- Вышмат: [Телеграм](#) | [YouTube](#) | [ВКонтакте](#) | [MAX](#)

Если же вы преподаватель, то вы можете получить методички, пятиминутки и другие полезные материалы в наших каналах для преподавателей.

- Математика: [Телеграм](#) | [YouTube](#) | [MAX](#)
- Физика: [Телеграм](#)
- Информатика: [Телеграм](#)
- Русский язык: [Телеграм](#)

До встречи!

*Команда Профиматики*