

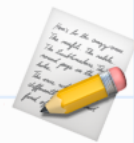
проФиматика

Математика

| Русский язык

| Физика

| Информатика



Задача 19

профильного ЕГЭ по математике



тут можете держать с нами мной связь, получать бесплатные матемриалы. методички и разборы



О чем стоит подумать до того как начать решать задачи:

- что такое натуральные числа;
- целые числа;
- рациональные числа;
- простые и составные числа;
- что такое десятичная запись числа;
- чем число отличается от цифры;
- что значит, что число A делится на число B ;
- что такое последовательность;
- арифметическая прогрессия;
- геометрическая прогрессия;
- четность/нечетность;
- если нужно доказать, что объект с данными свойствами существует, то достаточно примера;
- если построить пример не получается, то это не значит, что его нет;
- признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 11;
- когда число делится, например, на 6;
- как найти НОД и НОК.

1 Подготовка

Задание 1

Можно ли вписать вместо звездочек в число $189^{**}0$ числа так:

- а) Чтобы число делилось на 1500?
- б) Чтобы число делилось на 5000?
- в) Сколько существует способов вписать вместо звездочек в число $189^{**}0$ две цифры так, чтобы число делилось на 220?

⇒ Разбор задачи



Задание 2

Петя разделил 44 спички на несколько кучек. Затем он посчитал сколько спичек в каждой кучке.

- а) Мог ли он получить 5 различных чисел?
- б) Мог ли он получить 10 различных чисел?
- в) Какое наибольшее количество различных чисел у него могло получиться?

⇒ Разбор задачи



Задание 3

У Влада есть 36 карточек с числами от 1 до 36, все эти карточки он хочет разбить на пары так, чтобы во всех парах разность чисел была одинаковой.

- а) Может ли он это сделать, если разность равна 6?
- б) Может ли он это сделать, если разность равна 7?
- в) Сколькими способами он может это сделать?

⇒ Разбор задачи



Задание 4

В футбольном матче за победу дается 3 очка, за ничью - 1 очко, за поражение - 0 очков. 8 команд участвовало в одном круговом турнире.

- а) Могли ли все команды в сумме набрать 48 очков?
- б) Могли ли все команды в сумме набрать 83 очков?
- в) Известно, что команда, занявшая первое место, набрала на 18 очков больше, чем команда, занявшая последнее место. Какое наибольшее количество ничьих могло быть в турнире?

⇒ Разбор задачи



2 Задачи

Задание 1

В роте два взвода, в первом взводе солдат меньше, чем во втором, но больше чем 50, а вместе солдат меньше чем 120. Командир знает, что роту можно построить по несколько человек в ряд так, что в каждом ряду будет одинаковое число солдат, большее 7, и при этом ни в каком ряду не будет солдат из двух разных взводов.

- Сколько солдат в первом взводе и сколько во втором? Приведите хотя бы один пример.
- Можно ли построить роту указанным способом по 11 солдат в одном ряду?
- Сколько в роте может быть солдат?

⇒ Разбор задачи



Задание 2

Красный карандаш стоит 17 рублей, синий — 13 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 495 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на, пять.

- Можно ли купить при таких условиях 32 карандаша?
- Можно ли купить при таких условиях 35 карандашей?
- Какое наибольшее число карандашей можно купить при таких условиях?

⇒ Разбор задачи



Задание 3

Известно, a , b , c и d — попарно различные двузначные натуральные числа.

- Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{7}{19}$?
- Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 11 раз меньше, чем сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?
- Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$ если $a > 3d$ и $c > 6b$?

⇒ Разбор задачи



Задание 4

Возрастающие арифметические прогрессии $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ и b_1, b_2, \dots, b_n состоят из натуральных чисел.

- Существуют ли такие прогрессии, для которых $a_1b_1 + a_3b_3 = 3a_2b_2$?
- Существуют ли такие прогрессии, для которых $a_1b_1 + 2a_4b_4 = 3a_3b_3$?
- Какое наибольшее значение может принимать произведение a_3b_3 , если $a_1b_1 + 2a_4b_4 \leq 300$?

⇒ Разбор задачи



Задание 5

Множество чисел назовём хорошим, если его можно разбить на два подмножества с одинаковой суммой чисел.

- Является ли множество $\{200; 201; 202; \dots; 299\}$ хорошим?
- Является ли множество $\{2; 4; 8; \dots; 2^{100}\}$ хорошим?
- Сколько хороших четырёхэлементных подмножеств у множества $\{1; 2; 4; 5; 7; 9; 11\}$?

⇒ Разбор задачи



Задание 6

В каждой клетке квадратной таблицы 6×6 стоит натуральное число, меньше 7. Вася в каждом столбце находит наименьшее число и складывает шесть найденных чисел. Петя в каждой строке находит наименьшее число и складывает шесть найденных чисел.

- Может ли сумма у Пети получиться в два раза больше, чем сумма у Васи?
- Может ли сумма у Пети получиться в шесть раз больше, чем сумма у Васи?
- В какое наибольшее число раз сумма у Пети может быть больше, чем сумма у Васи?

⇒ Разбор задачи



Задание 7

На доске написаны числа $1, 2, 3, \dots, 30$. За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых меньше 35 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стёртых на предыдущих ходах.

- Приведите пример последовательных 5 ходов.
- Можно ли сделать 10 ходов?
- Какое наибольшее число ходов можно сделать?

⇒ Разбор задачи



Задание 8

В школьном живом уголке 4 ученика кормят кроликов. Каждый ученик насыпает нескольким кроликам (хотя бы одному, но не всем) порцию корма. При этом первый ученик даёт порции по 100 г, второй — по 200 г, третий — по 300 г, четвёртый — по 400 г, а какие-то кролики могут остаться без корма.

- а) Может ли оказаться, что кроликов было 15 и все они получили одинаковое количество корма?
- б) Может ли оказаться, что кроликов было 15 и все кролики получили разное количество корма?
- в) Какое наибольшее количество кроликов могло быть в живом уголке, если известно, что каждый ученик насыпал корм ровно четырём кроликам и все кролики получили разное количество корма?

⇒ Разбор задачи



Задание 9

За прохождение каждого уровня игры на планшете можно получить от одной до трёх звёзд. При этом заряд аккумулятора планшета уменьшается на 3 пункта при получении трёх звёзд, на 6 пунктов при получении двух звёзд и на 9 пунктов при получении одной звезды. Витя прошёл несколько уровней игры подряд.

- а) Мог ли заряд аккумулятора уменьшиться ровно на 32 пункта?
- б) Сколько уровней игры было пройдено, если заряд аккумулятора уменьшился на 33 пункта и суммарно было получено 17 звёзд?
- в) За пройденный уровень начисляется 9000 очков при получении трёх звёзд, 5000 — при получении двух звёзд и 2000 — при получении одной звезды. Какое наибольшее количество очков мог получить Витя, если заряд аккумулятора уменьшился на 33 пункта и суммарно было получено 17 звёзд?

⇒ Разбор задачи



Задание 10

Рассмотрим частное трёхзначного числа, в записи которого нет нулей, и произведения его цифр.

- а) Приведите пример числа, для которого это частное равно $\frac{113}{27}$.
- б) Может ли это частное равняться $\frac{125}{27}$.
- в) Какое наибольшее значение может принимать это частное, если оно равно несократимой дроби со знаменателем 27?

⇒ Разбор задачи



Задание 11

Склад имеет форму прямоугольного параллелепипеда, длины рёбер которого выражаются целыми числами. Этот склад заполняют контейнерами размером $1 \times 1 \times 3$. При этом контейнеры можно располагать как угодно, но их грани должны быть параллельны граням склада.

- а) Могло ли получиться так, что склад объёмом 150 невозможно полностью заполнить контейнерами?
- б) Могло ли получиться так, что на складе объёмом 400 невозможно разместить 133 контейнера?
- в) Какой наибольший процент объёма любого склада объёмом не менее 200 гарантированно удастся заполнить контейнерами?

⇒ Разбор задачи

**Задание 12**

На доске написано несколько (более одного) различных натуральных чисел, причём любые два из них отличаются не более чем в три раза.

- а) Может ли на доске быть 6 чисел, сумма которых равна 71?
- б) Может ли на доске быть 9 чисел, сумма которых равна 71?
- в) Сколько может быть чисел на доске, если их произведение равно 7000?

⇒ Разбор задачи

**Задание 13**

Вася и Петя решали задачи из сборника, и каждый из них решил все задачи этого сборника. Каждый день Вася решал на одну задачу больше, чем в предыдущий день, а Петя решал на две задачи больше, чем в предыдущий день. Они начали решать задачи в один день, при этом в первый день каждый из них решил хотя бы одну задачу.

- а) Могло ли получиться так, что Вася в первый день решил на одну задачу меньше, чем Петя, а Петя решил все задачи сборника ровно за 5 дней?
- б) Могло ли получиться так, что Вася в первый день решил на одну задачу больше, чем Петя, а Петя решил все задачи сборника ровно за 4 дня?
- в) Какое наименьшее число задач могло быть в сборнике, если известно, что каждый из них решал задачи более 6 дней, и в первый день один из них решил на одну задачу больше, чем другой.

⇒ Разбор задачи



Задание 14

В течении четверти учитель ставил школьникам отметки «1», «2», «3», «4», «5». Среднее арифметическое отметок ученика оказалось равным 4,7.

- а) Какое наименьшее количество отметок могло быть у ученика?
- б) Какое наименьшее количество отметок могло быть у ученика, если среди этих отметок есть отметка «1»?
- в) Учитель заменил четыре отметки «3», «3», «5», «5» двумя отметками «4». На какое наибольшее число может увеличиться среднее арифметическое отметок ученика после замены?

⇒ Разбор задачи

**Задание 15**

По кругу в некотором порядке по одному разу написаны числа от 9 до 18. Для каждой из десяти пар соседних чисел нашли их наибольший общий делитель.

- а) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители равны 1?
- б) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители попарно различны?
- в) Какое наибольшее количество попарно различных наибольших общих делителей могло при этом получиться?

⇒ Разбор задачи

**Задание 16**

С натуральным числом проводят следующую операцию: между каждыми двумя его соседними цифрами записывают сумму этих цифр (например, из числа 1923 получается число 110911253).

- а) Приведите пример числа, из которого получается 2108124117.
- б) Может ли из какого-нибудь числа получиться число 37494128?
- в) Какое наибольшее число, кратное 11, может получиться из трёхзначного числа?

⇒ Разбор задачи

**Задание 17**

На доске написано 30 чисел: десять «5», десять «4» и десять «3». Эти числа разбивают на две группы, в каждой из которых есть хотя бы одно число.

Среднее арифметическое чисел в первой группе равно A , среднее арифметическое чисел во второй группе равно B . (Для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу.)

- а) Приведите пример разбиения исходных чисел на две группы, при котором среднее арифметическое всех чисел меньше $\frac{A+B}{2}$.
- б) Докажите, что если разбить исходные числа на две группы по 15 чисел, то среднее арифметическое всех чисел будет равно $\frac{A+B}{2}$.
- в) Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{A+B}{2}$.

⇒ Разбор задачи



Задание 18

Семь экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценку — целое число баллов от 0 до 12 включительно. Известно, что все эксперты выставили различные оценки. По старой системе оценивания рейтинг кинофильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. По новой системе оценивания рейтинг кинофильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и подсчитывается среднее арифметическое пяти оставшихся оценок.

- а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{25}$?
- б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{35}$?
- в) Найдите наибольшее возможное значение разности рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.

⇒ Разбор задачи



Задание 19

На окружности некоторым образом расставили натуральные числа от 1 до 21 (каждое число поставлено по одному разу). Затем для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.

- а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 11?
- б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 10?
- в) Помимо полученных разностей, для каждой пары чисел, стоящих через одно, нашли разность большего и меньшего. Для какого наибольшего целого числа k можно так расставить числа, чтобы все разности были не меньше k ?

⇒ Разбор задачи



Начни заниматься
с нами уже сегодня



Преподы, которые влюбят тебя в ЕГЭ



Игорь Уколов

отец Профиматики

Выпускник мехмата МГУ

Лично подготовил 30+ стобалльников

3 раза сдал ЕГЭ на 100 баллов

Опыт подготовки к ЕГЭ – 15 лет

С Игорем ты научишься решать быстро и качественно задачи, которые обязан решить каждый



Влад Вуль

отец корги и не только

Диплом факультета прикладной математики МГОУ

Обладатель многократных премий «Репетитор года» PROFI.RU

8 раз сдал ЕГЭ на 100 баллов

Преподаёт математику с 2006 года

С Владом ты поймёшь все самые сложные задачи ЕГЭ. Объясняет математику предельно понятно. Ты будешь в шоке от того, как на самом деле всё легко.



Антон Гурко

преподаватель высшей математики

Выпускник ВМК МГУ

Учитель высшей категории со стажем более 10 лет

Призёр олимпиады для учителей: «Команда большой страны»

Ведущий эксперт ЕГЭ, член конфликтной комиссии по проверке ЕГЭ по математике и рассмотрению апелляций

Ещё больше
полезных методичек
в нашем Telegram-
канале



Отзывы
о школе



Задание 20

Возрастающие арифметические прогрессии $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ и $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$ состоят из натуральных чисел.

- а) Существуют ли такие прогрессии, для которых $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}$ и $\frac{a_4}{b_4}$ — различные натуральные числа?
- б) Существуют ли такие прогрессии, для которых $\frac{a_1}{b_1}, \frac{b_2}{a_2}$ и $\frac{a_4}{b_4}$ — различные натуральные числа?
- в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a_2}{b_2}$, если известно, $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}$ и $\frac{a_{10}}{b_{10}}$ — различные натуральные числа?

⇒ Разбор задачи



Задание 21

Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n , а остальные числа, равные n , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.

- а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 4, 6, 8.
- б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 20, 22?
- в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 9, 10, 11, 19, 20, 21, 22, 30, 31, 32, 33, 41, 42, 43, 52.

⇒ Разбор задачи



Задание 22

Ученики одной школы писали тест. Результатом каждого ученика является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если набрал не менее 85 баллов. Из-за того, что задания оказались слишком трудными, было принято решение всем участникам теста добавить по 7 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось.

- а) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, не сдавших тест, понизился?
- б) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, сдавших тест, понизился, и средний балл участников, не сдавших тест, тоже понизился?
- в) Известно, что первоначально средний балл участников теста составил 85, средний балл участников, сдавших тест, составил 95, а средний балл участников, не сдавших тест, составил 70. После добавления баллов средний балл участников, сдавших тест, стал равен 100, а не сдавших тест - 72. При каком наименьшем числе участников теста возможна такая ситуация?

⇒ Разбор задачи



Задание 23

Последовательность a_1, a_2, \dots, a_6 состоит из неотрицательных однозначных чисел. Пусть M_k — среднее арифметическое всех членов этой последовательности, кроме k -го. Известно, что $M_1=1, M_2=2$.

- Приведите пример такой последовательности, для которой $M_3 = 1,6$.
- Существует ли такая последовательность, для которой $M_3 = 3$?
- Найдите наибольшее возможное значение M_3 .

⇒ Разбор задачи



Задание 24

На доске написаны числа 2 и 3. За один ход два числа a и b , записанные на доске, заменяются на два числа: или $a + b$ и $2a - 1$, или $a + b$ и $2b - 1$ (например, из чисел 2 и 3 можно получить либо 3 и 5, либо 5 и 5).

- Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из двух чисел, написанных на доске, окажется числом 13.
- Может ли после 200 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 400?
- Сделали 513 ходов, причём на доске никогда не было написано одновременно двух равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел?

⇒ Разбор задачи



Задание 25

На доске написано 100 различных натуральных чисел, сумма которых равна 5130.

- Может ли оказаться, что на доске написано число 240?
- Может ли оказаться, что на доске нет числа 16?
- Какое наименьшее количество чисел, кратных 16, может быть на доске?

⇒ Разбор задачи



Задание 26

На доске написано 30 различных натуральных чисел, каждое из которых либо чётное, либо его десятичная запись оканчивается на цифру 9. Сумма написанных чисел равна 877.

- Может ли на доске быть ровно 27 чётных чисел?
- Могут ли ровно 15 чисел на доске оканчиваться на 9?
- Какое наибольшее количество чисел, оканчивающихся на 9, может быть на доске?

⇒ Разбор задачи



Задание 27

Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1, a_1, \dots, a_n, \dots$ состоит из различных натуральных чисел.

Пусть $S_1 = a_1$, $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ при всех натуральных $n > 2$.

- Существует ли такая прогрессия, для которой $S_{10} = 100S_1$?
- Существует ли такая прогрессия, для которой $S_{10} = 50S_2$?
- Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{S_5^2}{S_1 S_{10}}$?

⇒ Разбор задачи



Задание 28

На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 40 и меньше 100.

- Может ли на доске быть 5 чисел?
- Может ли на доске быть 6 чисел?
- Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

⇒ Разбор задачи



Задание 29

На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 7, а среднее арифметическое шести наибольших равно 12.

- Может ли наименьшее из этих десяти чисел равняться 5?
- Может ли среднее арифметическое всех десяти чисел равняться 10?
- Найдите наибольшее значение среднего арифметического всех десяти чисел.

Задание 30

Сторона квадрата на 3 см длиннее ширины прямоугольника, площади этих фигур равны, а все длины сторон – целые числа.

- Может ли ширина прямоугольника быть равной 8?
- Может ли длина прямоугольника быть равной 16?
- Найдите все возможные варианты таких пар прямоугольников и квадратов. В ответе укажите длины их сторон.

⇒ Разбор задачи



Задание 31

С трёхзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3.

- Могло ли в результате такой операции получиться число 201?
- Могло ли в результате такой операции получиться число 251?
- Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 600 до 999 включительно?

⇒ Разбор задачи



Задание 32

Трёхзначное натуральное число, в десятичной записи которого нет нулей, разделили на произведение его цифр.

- Может ли получившееся частное быть равным 5?
- Может ли получившееся частное быть равным 1?
- Какое наименьшее значение может принимать это частное?

⇒ Разбор задачи



Задание 33

Квадратное уравнение $x^2 - px + q = 0$ с натуральными коэффициентами p и q имеет два натуральных корня.

- Найдите все возможные значения p , если $q = 11$.
- Могут ли одновременно выполняться неравенства $p > 100$ и $q < 20$?
- Найдите наибольшее значение $(p + q)$ при $p < 20$ и $q < 20$.

⇒ Разбор задачи



Задание 34

Из пары натуральных чисел $(a; b)$, где $a > b$, за один ход получают пару $(a + b; a - b)$.

- а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100; 1)$ пару, большее число в которой равно 400?
- б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100; 1)$ пару $(806; 788)$?
- в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a; b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(806; 788)$.

⇒ Разбор задачи

**Задание 35**

Есть контейнеры массой 7 тонн и массой 2 тонны и корабли грузоподъемностью 10 тонн.

- а) Можно ли увезти за один раз 11 контейнеров массой 7 тонн и 22 контейнера массой 2 тонны на 14 кораблях?
- б) Можно ли увезти за один раз 11 контейнеров массой 7 тонн и 22 контейнера массой 2 тонны на 12 кораблях?
- в) На каком наименьшем количестве кораблей можно увести за один раз 11 контейнеров массой 7 тонн и 77 контейнеров массой 2 тонны?

⇒ Разбор задачи

**Задание 36**

Егор делит линейку на части. За одно действие он может отрезать от любого количества линеек равные части, имеющие целую длину.

- а) Может ли Егор за 5 ходов разделить линейку длиной в 32 см на части по 1 см?
- б) Может ли Егор за 4 хода разделить линейку длиной в 50 см на части по 1 см?
- в) За какое наименьшее количество ходов Егор может разделить линейку длиной в 300 см на части по 1 см?

⇒ Разбор задачи

**Задание 37**

С трёхзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3.

- а) Могло ли в результате такой операции получиться число 300?
- б) Могло ли в результате такой операции получиться число 151?

в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 100 до 600 включительно?

⇒ Разбор задачи



Задание 38

На доске написано несколько различных натуральных чисел, в записи которых могут быть только цифры 1 и 6.

- а) Может ли сумма этих чисел быть равна 173?
- б) Может ли сумма этих чисел быть равна 109?
- в) Какое наименьшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 1021?

⇒ Разбор задачи



Задание 39

На доске написано n единиц, между некоторыми из которых поставили знаки $+$ и посчитали сумму. Например, если изначально было написано $n = 12$ единиц, то могла получиться, например, такая сумма:

$$1 + 11 + 11 + 111 + 11 + 1 + 1 = 147.$$

- а) Могла ли сумма равняться 150, если $n = 60$?
- б) Могла ли сумма равняться 150, если $n = 80$?
- в) Чему могло равняться n , если полученная сумма чисел равна 150?

⇒ Разбор задачи



Задание 40

Квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет два различных натуральных корня.

- а) Пусть $q = 55$. Найдите все возможные значения p .
- б) Пусть $p + q = 30$. Найдите все возможные значения q .
- в) Пусть $q^2 - p^2 = 2108$. Найдите все возможные корни исходного уравнения.

⇒ Разбор задачи



Задание 41

Есть синие и красные карточки. Всего карточек 50 штук. На каждой карточке написано натуральное число. Среднее арифметическое всех чисел равно 16. Все числа на синих карточках разные. При этом любое число на синей карточке больше, чем любое на красной. Числа на синих увеличили в 2 раза, после чего среднее арифметическое стало равно 31,2.

- а) Может ли быть 10 синих карточек?
- б) Может ли быть 10 красных карточек?
- в) Какое наибольшее количество синих карточек может быть?

⇒ Разбор задачи

**Задание 42**

На доске написано 30 натуральных чисел (числа могут повторяться), каждое из которых либо зелёного, либо красного цвета. Каждое зелёное число кратно 3, а каждое красное число кратно 7. При этом все зелёные числа различны и все красные различны (какое-то зелёное число может равняться какому-то красному числу).

- а) Может ли сумма написанных чисел быть меньше $1395 = 3 + 6 + \dots + 90$, если все числа на доске кратны 3?
- б) Может ли ровно одно число на доске быть красным, если сумма написанных чисел равна 1067?
- в) Какое наименьшее количество красных чисел может быть на доске, если сумма написанных чисел равна 1067?

⇒ Разбор задачи

**Задание 43**

На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 7, а среднее арифметическое шести наибольших равно 12.

- а) Может ли наименьшее из этих десяти чисел равняться 5?
- б) Может ли среднее арифметическое всех десяти чисел равняться 107?
- в) Найдите наибольшее значение среднего арифметического всех десяти чисел.

⇒ Разбор задачи



Задание 44

Каждое из четырёх последовательных натуральных чисел поделили на его первую цифру. Сумма получившихся чисел равна S .

- а) Может ли S быть равной $42,3$?
б) Может ли S быть равной $229\frac{41}{72}$?
в) Найдите наибольшее целое значение S , если каждое из исходных чисел было от 800 до 999 включительно.

⇒ Разбор задачи



Задание 45

У ювелира есть 47 полудрагоценных камней, масса каждого из которых целое число граммов, не меньше 100 (некоторые камни могут иметь равную массу). Эти камни распределили по трём кучам: в первой куче n_1 камней, во второй – n_2 камней, а в третьей – n_3 камней, причём $n_1 < n_2 < n_3$. Суммарная масса (в граммах) камней в первой куче равна S_1 , во второй – S_2 , а в третьей – S_3 .

- а) Может ли выполняться неравенство $S_1 > S_2 > S_3$?
б) Может ли выполняться неравенство $S_1 > S_2 > S_3$, если масса любого камня не превосходит 105 граммов?
в) Известно, что масса любого камня не превосходит k граммов. Найдите наименьшее целое значение k , для которого может выполняться неравенство $S_1 > S_2 > S_3$.

⇒ Разбор задачи



профиматика



Мы онлайн-школа, которая сумеет подготовить к ЕГЭ с любого уровня на нужный балл, с чётким планом и без стресса! Построй свой фундамент для поступления!

90+

Набрал каждый 3-ий наш ученик

98%

Выпускников студенты топовых вузов

7500+

Учеников прошли наши годовые курсы

6 лет

Опыта подготовки к экзаменам

Преподы, которые влюбят тебя в ЕГЭ



Игорь Уколов

отец Профиматики

Выпускник мехмата МГУ

Лично подготовил 30+ стобалльников

3 раза сдал ЕГЭ на 100 баллов

Опыт подготовки к ЕГЭ — 15 лет

С Игорем ты научишься решать быстро и качественно задачи, которые обязан решить каждый



Влад Вуль

отец корги и не только

Диплом факультета прикладной математики МГОУ

Обладатель многократных премий «Репетитор года» PROFI.RU

8 раз сдал ЕГЭ на 100 баллов

Преподаёт математику с 2006 года

С Владом ты поймёшь все самые сложные задачи ЕГЭ. Объясняет математику предельно понятно. Ты будешь в шоке от того, как на самом деле всё легко.



Антон Гурко

преподаватель математики

Выпускник ВМК МГУ

Учитель высшей категории со стажем более 10 лет

Призёр олимпиады для учителей: «Команда большой страны»

Ведущий эксперт ЕГЭ, член конфликтной комиссии по проверке ЕГЭ по математике и рассмотрению апелляций

3 Ответы

Подготовка

1. а) да; б) нет; в) 4.
2. а) да; б) нет; в) 8.
3. а) да; б) нет; в) 6.
4. а) нет; б) да; в) 18.

Задачи

1. а) 51 или 68; б) нет; в) 117 или 119.
2. а) да; б) нет; в) 33.
3. а) да; б) нет; в) $\frac{79}{21}$.
4. а) Да, например, 1,3,5, ... и 1,4,7, ...; б) нет в) 98.
5. а) да; б) нет; в) 8.
6. а) да; б) нет; в) $\frac{31}{6}$.
7. а) (13, 14, 7), (12, 15, 6), (11, 16, 5), (10, 17, 4), (9, 18, 3); б) нет; в) 6.
8. а) да; б) нет; в) 9.
9. а) нет; б) 7; в) 49000.
10. а) например, 339; б) нет; в) $\frac{931}{27}$.
11. а) нет; б) да; в) 4.
12. а) да; б) нет; в) 2 или 3.
13. а) да; б) нет; в) 84.
14. а) 10; б) 20; в) $\frac{7}{90}$.
15. а) да; б) нет; в) 7.
16. а) 2847; б) нет; в) 9167169.
17. а) например, в первой группе все «5», во второй — все «3» и «4»; в) $4\frac{14}{29}$.
18. а) нет; б) да; в) $\frac{6}{7}$.
19. а) нет; б) да; в) 6.
20. а) да; б) нет; в) 2.
21. а) 2, 2, 2, 2; б) нет; в) 9, 10, 11, 11, 11 или 9, 10, 11, 22.
22. а) да; б) да; в) 35.
23. а) например, 5; 0; 2; 1; 1; 1 б) нет; в) 2,8.

24. а) например, (2, 3); (3, 5); (5, 8); (9, 13); б) нет; в) 2.
25. а) нет; б) нет; в) 3.
26. а) да; б) нет; в) 7.
27. а) да; б) нет; в) $\frac{200}{81}$.
28. а) да; б) нет; в) 35.
29. а) нет; б) нет; в) 9,5.
30. а) нет; б) да; в) 9×16 и 12×12 ; 3×12 и 6×6 ; 1×16 и 4×4 .
31. а) да; б) нет; в) 40.
32. а) да; б) нет; в) $\frac{37}{27}$.
33. а) 12; б) нет; в) 37.
34. а) да; б) нет; в) 403.
35. а) да; б) нет; в) 25.
36. а) да, может; б) нет, не может; в) за 9 ходов.
37. а) да; б) нет; в) 51.
38. а) да, б) нет, в) 6.
39. а) да, б) нет, в) 150, 141, 132, 123, 114, 105, 96, 87, 78, 69, 60, 51, 42, 33, 24, 15.
40. а) $-56, -16$; б) 64; в) 6 и 8.
41. а) да; б) нет; в) 35.
42. а) да; б) нет; в) 6.
43. а) нет; б) нет; в) 9,5.
44. а) нет; б) нет; в) 1377.
45. а) да; б) нет; в) 122.

Найдите площадь треугольника, медианы которого равны 3, 4 и 5.



проФиматика



Ты героически добрался до конца файла — поздравляем!

Сам факт того, что ты изучил этот материал, уже дает тебе большое преимущество в подготовке к ЕГЭ. Однако одной теории недостаточно: для высокого балла нужно уметь доказывать теоремы и решать практические задачи.

Если ты хочешь достичь результата без лишнего стресса и нервов, получить чёткий план от экспертов и поддержку на каждом этапе подготовки, записывайся на наш легендарный курс подготовки к ЕГЭ.

Тебя ждёт:

- Глубокое вводное тестирование – оно покажет твои сильные и слабые стороны и поможет отточить ровно то, с чем есть сложности;
- Индивидуальная траектория подготовки четко на твой желанный балл;
- Вебинары с ДЗ и проверкой экспертов;
- Регулярные пробники;
- Куча полезных материалов: шпоры, методички по каждой задаче;
- Поддержка наставников – тех, кто прошел этот путь до тебя и знает все секреты подготовки;
- Имбовая атмосфера среди таких же замотивированных ребят, как и ты и чат, где мы лично отвечаем на все вопросы.



Записаться на курс

А по промокоду **EGEPROFI** ты получишь скидку в 10% на любой тариф нашего курса!

