

Задачи к вебинару 30.05.2026

Треугольники

Задание 1

Прямая, проходящая через середину M гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , перпендикулярна CM и пересекает катет AC в точке K . При этом $AK : KC = 1 : 2$.

- Докажите, что $\angle BAC = 30^\circ$.
- Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке P , а прямые AP и BK — в точке Q . Найдите KQ , если $BC = \sqrt{21}$.

Задание 2

На стороне AC равностороннего треугольника ABC отмечена точка M . Серединный перпендикуляр к отрезку BM пересекает стороны AB и BC в точках E и K соответственно.

- Докажите, что треугольники AEM и CMK подобны.
- Найдите отношение $AM : MC$, если площади треугольников AEM и CMK равны 4 и 9 соответственно.

Четырёхугольники

Задание 1

Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC , пересекает сторону AD в точке M , равноудалённой от вершин B и D .

- Докажите, что $\angle ABM = \angle DBC = 30^\circ$.
- Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM , если $BC = 9$.

Задание 2

Биссектрисы углов BAD и BCD равнобедренной трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Через точку O провели прямую, параллельную основаниям BC и AD .

- Докажите, что отрезок этой прямой внутри трапеции равен её боковой стороне.
- Найдите отношение длин оснований трапеции, если $AO = CO$ и данная прямая делит сторону AB в отношении $AM : MB = 1 : 2$.

Найди окружность

Задание 1

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD .

- Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .
- Найдите CD , если известны диагонали трапеции: $AC = 12$ и $BD = 6,5$.

Задание 2

В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза больше основания BC . Внутри трапеции взяли точку M так, что углы ABM и DCM прямые.

- Докажите, что $AM = DM$.
- Найдите угол BAD , если угол ADC равен 70° , а расстояние от точки M до прямой AD равно стороне BC .



Вписанная и описанная окружность

Задание 1

Окружность с центром в точке O высекает на всех сторонах трапеции $ABCD$ равные хорды.

- а) Докажите, что биссектрисы всех углов трапеции пересекаются в одной точке.
- б) Найдите высоту трапеции, если окружность пересекает боковую сторону AB в точках K и L так, что $AK = 15$, $KL = 6$, $LB = 5$.

Задание 2

Окружность с центром O_1 касается оснований BC и AD и боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Окружность с центром O_2 касается сторон BC , CD и AD . Известно, что $AB = 10$, $BC = 9$, $CD = 30$, $AD = 39$.

- а) Докажите, что прямая O_1O_2 параллельна основаниям трапеции $ABCD$.
- б) Найдите O_1O_2 .

ОТВЕТЫ

1.1 б) 14;

1.2 б) 1 : 4;

2.1 б) $\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$

2.2 б) $AD : BC = 7 : 1$;

3.1 б) 5;

3.2 б) 65° ;

4.1 б) 24;

4.2 б) 4.