профиматика

Математика | Русский язык | Физика | Информатика

# Сечения


тут можете держать
с нами мной связь, получать
бесплатные матемриалы.
методички и разборы

# Содержание

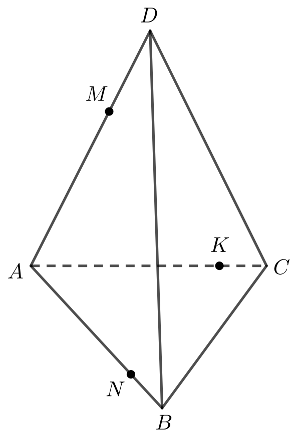
# 1 Треугольная пирамида

⟹ Теория и пример решения

## Задачи из видео для тренировки

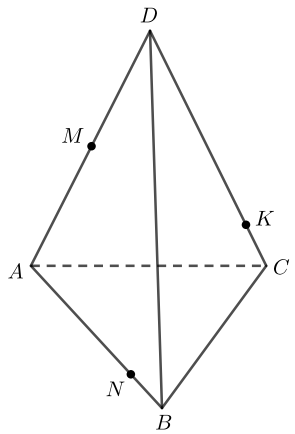
Постройте сечение:

1.



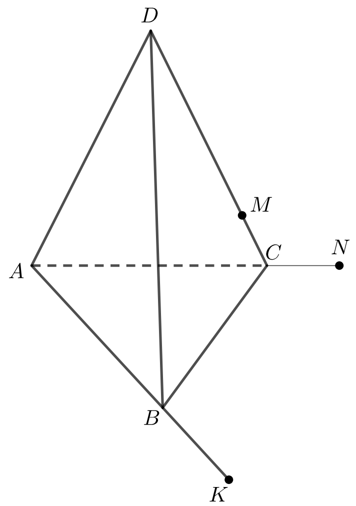

Через точки $M$, $N$, $K$.

2.



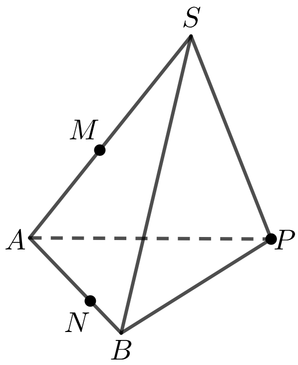

Через точки $M$, $N$, $K$.

3.



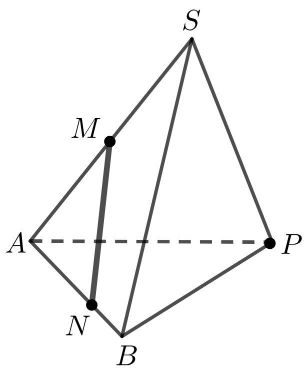

Через точки $N$, $M$, $K$.

► **Пример 1.**
Постройте сечение через точки $N, M$ и $P$.

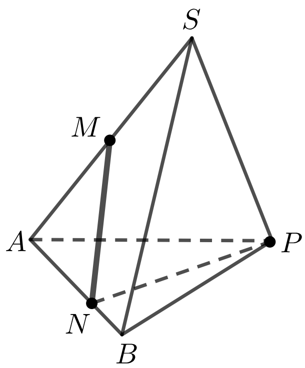



Решение:

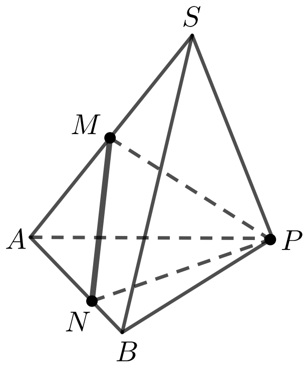
*Шаг 1:* Точки $M$ и $N$ находятся в одной плоскости $(ASB)$, поэтому мы можем их соединить.



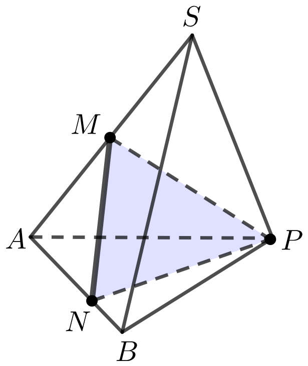

*Шаг 2:* Точки $N$ и $P$ находятся в одной плоскости $(ABP)$, поэтому мы их можем соединить пунктиром (т.к. нижнюю грань мы не видим).



*Шаг 3:* Точки $M$ и $P$ находятся в одной плоскости $(ASP)$, поэтому мы их можем соединить пунктиром (т.к. заднюю грань мы не видим).

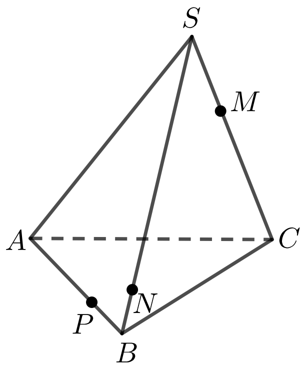



*Шаг 4:* $MNP$ – искомое сечение.



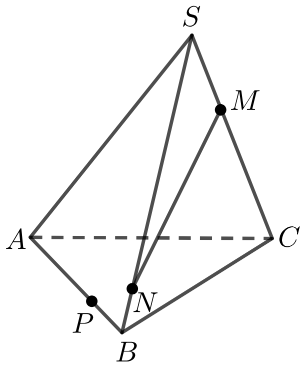

▶ **Пример 2.**

Постройте сечение через точки $N, M$ и $P$.

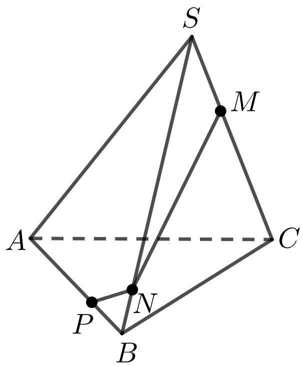


Решение:

*Шаг 1:* Точки $M$ и $N$ находятся в одной плоскости $(ABC)$, поэтому их можно соединить.

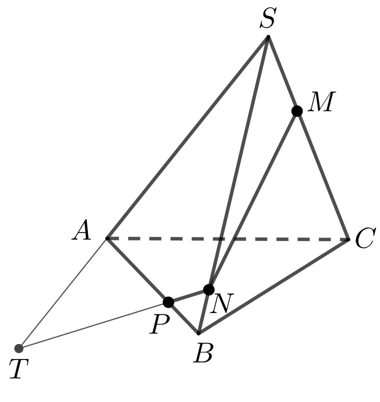



*Шаг 2:* Точки $N$ и $P$ находятся в одной плоскости $(ASB)$, поэтому их можно соединить.

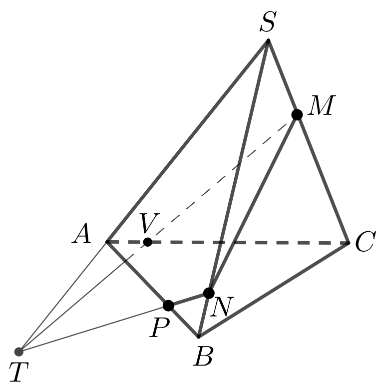



*Шаг 3:* Нужно получить прямую пересечения задней грани $(ASC)$ с плоскостью сечения. Нам нужно найти еще одну точку, лежащую в задней грани и принадлежащую плоскости сечения.

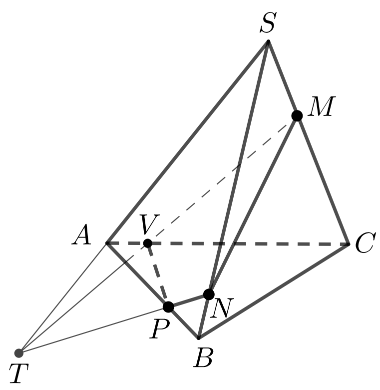
*Шаг 4:* Продлим прямую $PN$ и прямую $AS$ до пересечения друг с другом. Пусть они пересекаются в точке $T$. Точка $T$ принадлежит прямой $NP$, поэтому принадлежит сечению. Точка $T$ так же принадлежит прямой $AS$, которая лежит в плоскости $(ASC)$ задней грани. Значит, в плоскости $(ASC)$ теперь есть еще одна точка, принадлежащая сечению и это точка $T$.



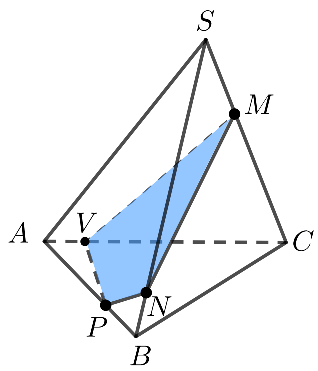

*Шаг 5:* Соединим точки $T$ и $M$ (пунктиром, так как заднюю грань мы не видим). Прямая $TM$ лежит в плоскости $(ASC)$ задней грани и будет пересекать ребро $AC$, так же лежащее в плоскости $(ASC)$. Пусть точка пересечения $TM$ и $AC$ называется $V$.



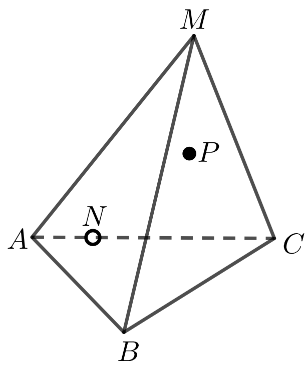

*Шаг 6:* Точки $V$ и $P$ находятся в одной плоскости $(ABC)$, поэтому их можно соединить.




*Шаг 7:* $NMVP$ – искомое сечение

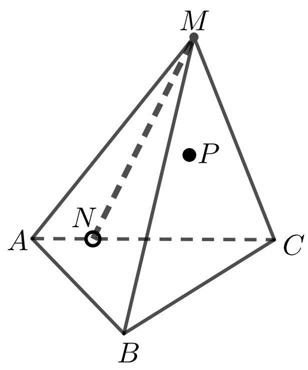



▶ **Пример 3.**
Постройте сечение через точки $N, M$ и $P$.
$P$ – точка в грани $MBC$; точка $N$ лежит на $AC$.

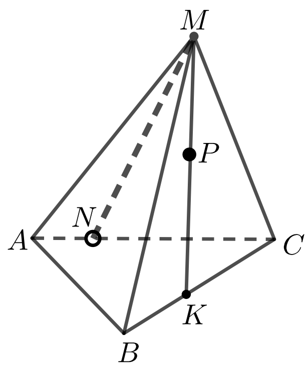


Решение:

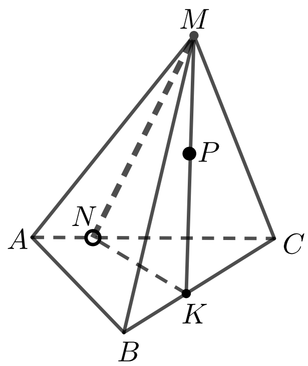
*Шаг 1:* Точки $M$ и $N$ находятся в одной плоскости $(AMC)$, поэтому их можно соединить.



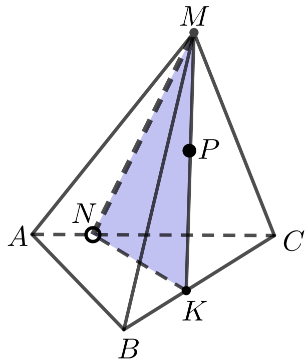

*Шаг 2:* Точки $P$ и $M$ находятся в одной плоскости $(BMC)$, поэтому их можно соединить. И продлить прямую $MP$ до пересечения со стороной $BC$ в точке $K$.




*Шаг 3:* Точки $K$ и $N$ лежат в одной плоскости $(ABC)$, поэтому их можно соединить.



*Шаг 4:* Искомое сечение $NMK$.

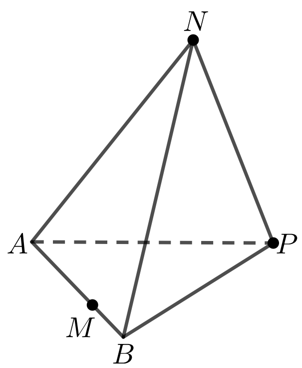



## Задачи для самостоятельного решения

### Задание 1

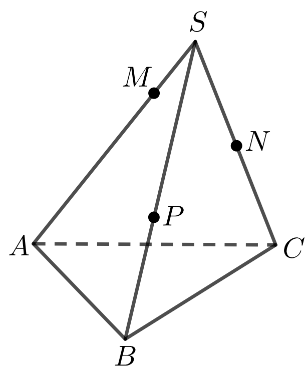
Постройте сечение:

1.



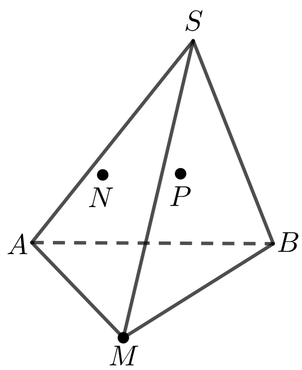

Через точки $N$, $P$, $M$.

2.



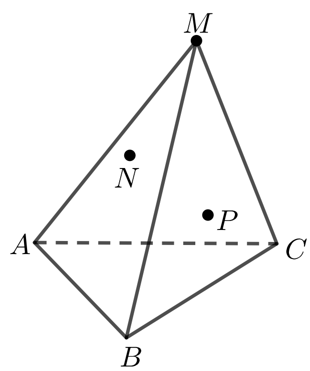

Через точки $N$, $M$, $P$.

3.



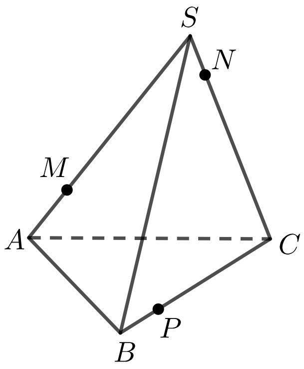

Через точки $N$, $P$, $M$.
$N$ – точка в грани $ASM$.
$P$ – точка в грани $MSB$.

4.



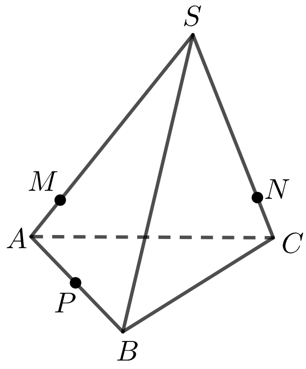

Через точки $N$, $M$, $P$.
$N$ – точка в грани $ABM$.
$P$ – точка в грани $BMC$.

5.



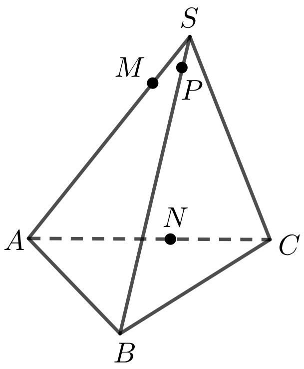

Через точки $N$, $P$, $M$.

6.



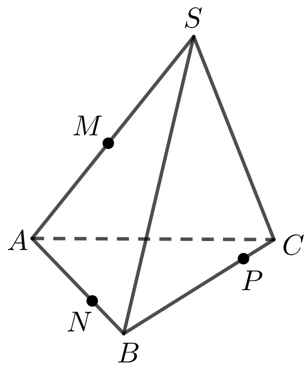

Через точки $N$, $M$, $P$.

7.



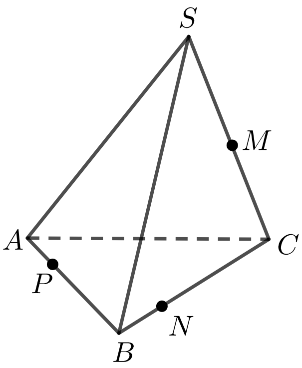

Через точки $N$, $P$, $M$.

8.




Через точки $N$, $M$, $P$.

9.

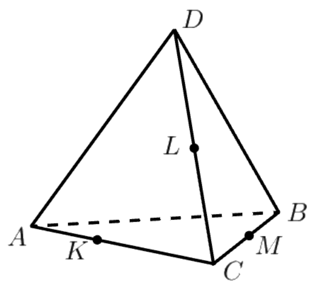



Через точки $N$, $P$, $M$.

**Задание 2**

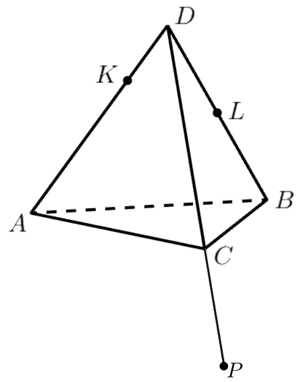
Постройте сечение:

1.



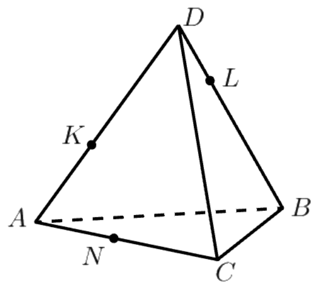

Через точки $K$, $L$, $M$

2.



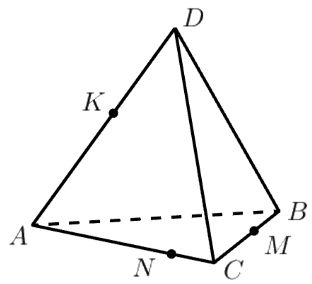

Через точки $K$, $L$, $P$.

3.



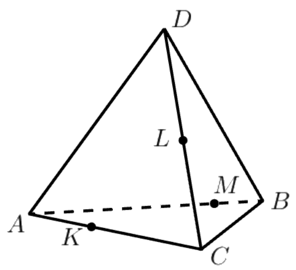

Через точки $K$, $L$, $N$.

4.



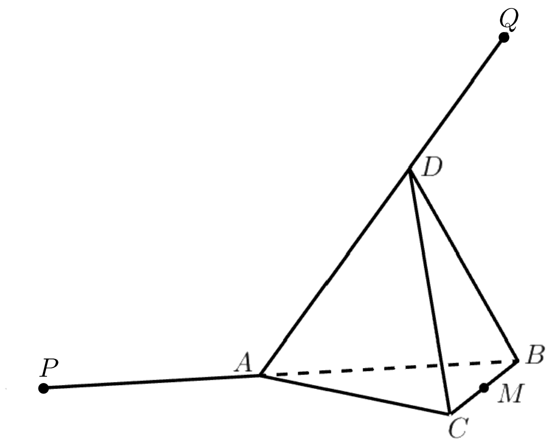

Через точки $K$, $M$, $N$.

5.



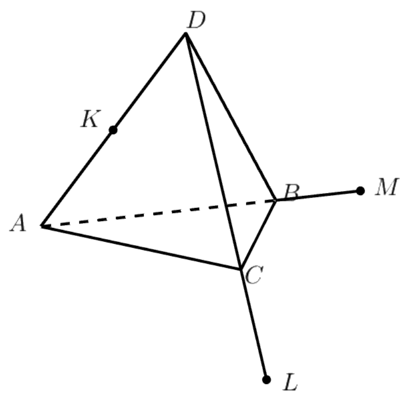

Через точки $K$, $L$, $N$.

6.



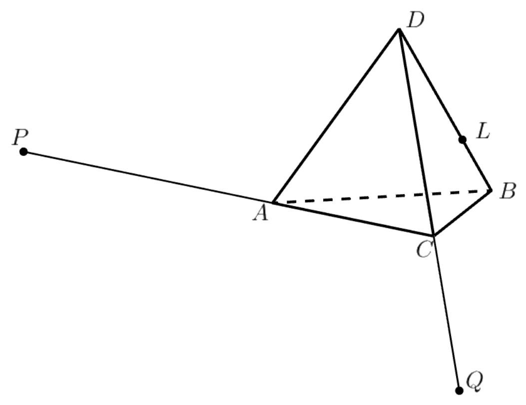

Через точки $P$, $Q$, $M$.

7.




Через точки $K$, $L$, $M$.

8.




Через точки $P$, $Q$, $L$.

### Задание 3

Постройте сечение треугольной пирамиды $DABC$ плоскостью, проходящей через следующие точки:

1. $B$, $D$ и середину $M$ ребра $AC$;
2. $B$ и середины рёбер $AD$ и $CD$;
3. середину $K$ ребра $AD$ и точки $L$ и $M$, лежащие на продолжениях рёбер $AB$ и $AC$ за точки $B$ и $C$;
4. середины рёбер $BC$, $AD$ и точку $L$, лежащую на продолжении ребра $AC$ за точку $C$;
5. $A$, $C$ и точку пересечения медиан грани $ABD$;
6. середины рёбер $AD$, $CD$ и точку $L$, лежащую на ребре $BC$, если $BL : LC = 1 : 2$;
7. $K$, $L$ И $M$, лежащие на рёбрах $AD$, $AB$ и $BC$ соответственно, если $AK : KD = BL : LA = BM : MC = 1 : 2$;

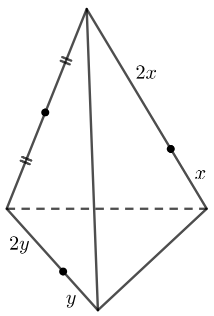
# 2 Тетраэдр и Теорема Менелая

⟹ Теория и пример решения

## Задачи из видео для тренировки

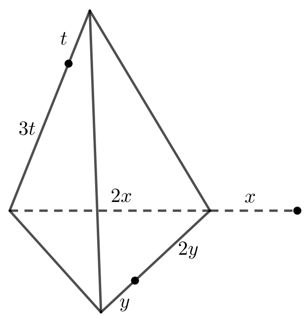
Постройте сечение:

1.




Через выделенные три точки.
Найдите отношение,
в котором делятся
другие стороны.

2.

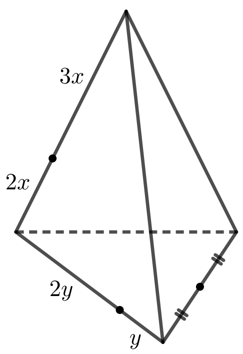



Через выделенные три точки.
Найдите отношение,
в котором делятся
другие стороны.

## Задачи для самостоятельного решения

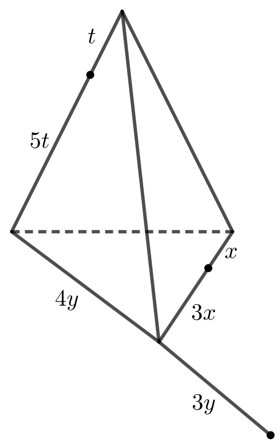
Постройте сечение:

1.



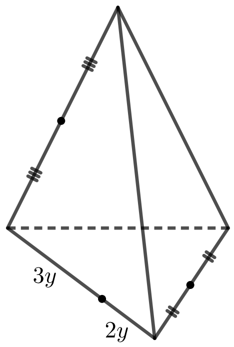

Через выделенные три точки.
Найдите отношение,
в котором делятся
другие стороны.

2.




Через выделенные три точки.
Найдите отношение,
в котором делятся
другие стороны.

3.




Через выделенные три точки.
Найдите отношение,
в котором делятся
другие стороны.

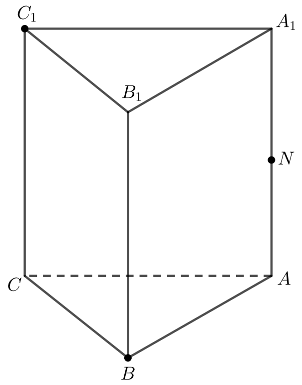
# 3 Треугольная призма

⟹ Теория и пример решения

## Задачи из видео для тренировки

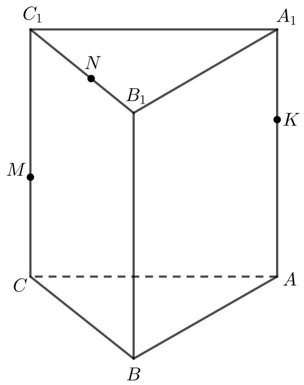
Постройте сечение:

1.



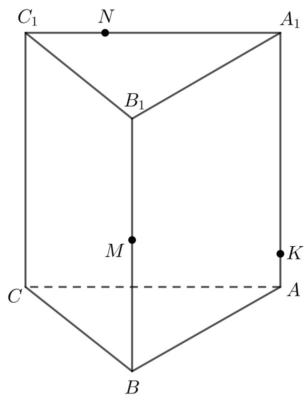

Через точки $C_1$, $N$, $B$.

2.



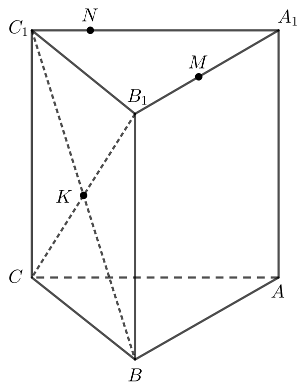

Через точки $M$, $N$, $K$.

3.



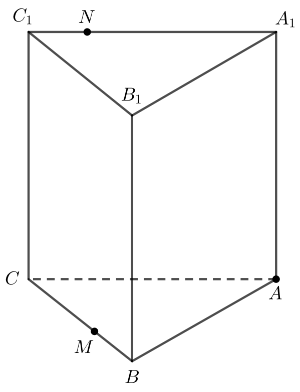

Через точки $M$, $N$, $K$.

4.




Через точки $M$, $N$, $K$.

5.



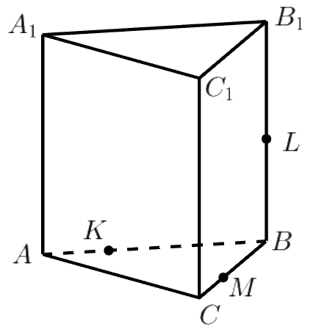

Через точки $N$, $M$, $A$.

## Задачи для самостоятельного решения

### Задание 1

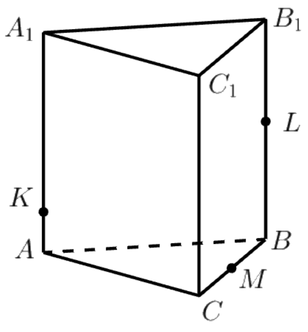
Постройте сечение:

1.



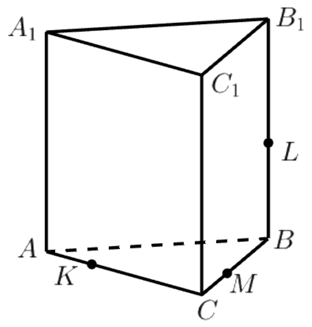

Через точки $K$, $L$, $M$.

2.



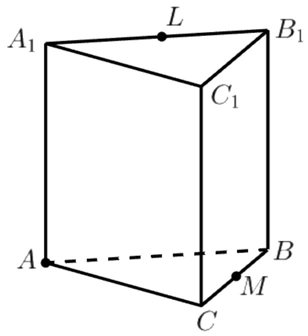

Через точки $K$, $L$, $M$.

3.



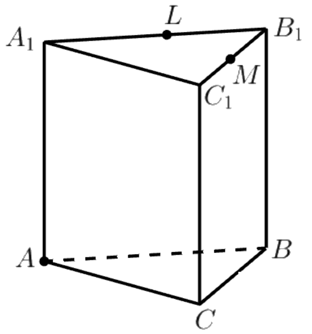

Через точки $K$, $L$, $M$.

4.



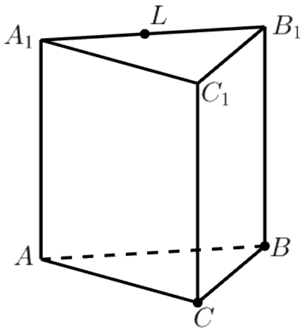

Через точки $A$, $L$, $M$.

5.



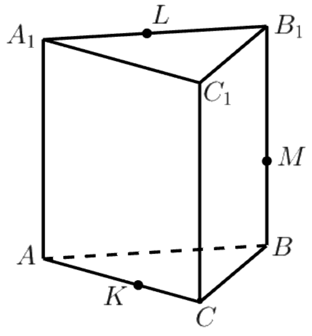

Через точки $A$, $L$, $M$.

6.



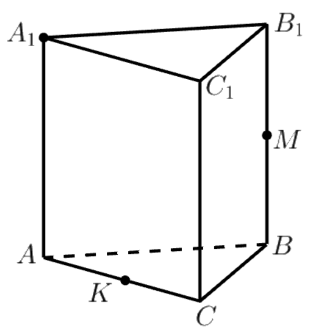

Через точки $B$, $C$, $L$.

7.



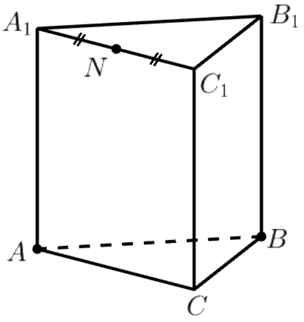

Через точки $K$, $L$, $M$.

8.




Через точки $A_1$, $K$, $M$.

9.




Через точки $A$, $B$, $N$.

**Задание 2**

Постройте сечение треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью, проходящей через следующие точки:

а) середину ребра $AA_1$ и вершины $B$ и $C_1$;

б) середины рёбер $AA_1$, $B_1C_1$ и вершину $B$;

в) центры граней $AA_1B_1B$, $BB_1CC_1$ и точку $M$ ребра $BC$, если $CM : MB = 1 : 2$;

г) середины рёбер $AB$, $A_1C_1$ и $CC_1$;

д) середины рёбер $AA_1$, $A_1C_1$ и точку пересечения медиан основания $ABC$;

е) центр основания $ABC$ и центры боковых граней $AA_1B_1B$ и $BB_1C_1C$.

профиматика

Мы онлайн-школа, которая сумеет подготовить к ЕГЭ с любого уровня на нужный балл, с чётким планом и без стресса! Построй свой фундамент для поступления!

**90+**
Набрал каждый 3-ий наш ученик

**98%**
Выпускников студенты топовых вузов

**7500+**
Учеников прошли наши годовые курсы

**6 лет**
Опыта подготовки к экзаменам

# Преподы, которые влюбят тебя в ЕГЭ

## Игорь Уколов

отец Профиматики

- Выпускник мехмата МГУ
- Лично подготовил 30+ стобалльников
- 3 раза сдал ЕГЭ на 100 баллов
- Опыт подготовки к ЕГЭ — 15 лет

С Игорем ты научишься решать быстро и качественно задачи, которые обязан решить каждый

## Влад Вуль

отец корги и не только

- Диплом факультета прикладной математики МГОУ
- Обладатель многократных премий «Репетитор года» PROFI.RU
- 8 раз сдал ЕГЭ на 100 баллов
- Преподаёт математику с 2006 года

С Владом ты поймёшь все самые сложные задачи ЕГЭ. Объясняет математику предельно понятно. Ты будешь в шоке от того, как на самом деле всё легко.

## Антон Гурко

преподаватель математики

- Выпускник ВМК МГУ
- Учитель высшей категории со стажем более 10 лет
- Призёр олимпиады для учителей: «Команда большой страны»

Ведущий эксперт ЕГЭ, член конфликтной комиссии по проверке ЕГЭ по математике и рассмотрению апелляций

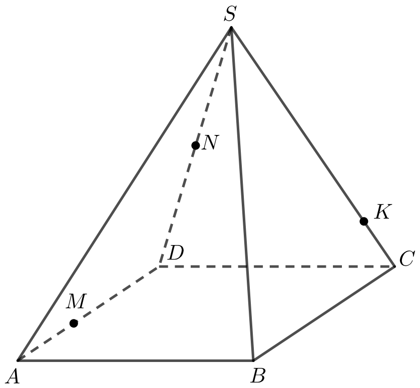
# 4 Четырёхугольная пирамида

⟹ Теория и пример решения

## Задачи из видео для тренировки

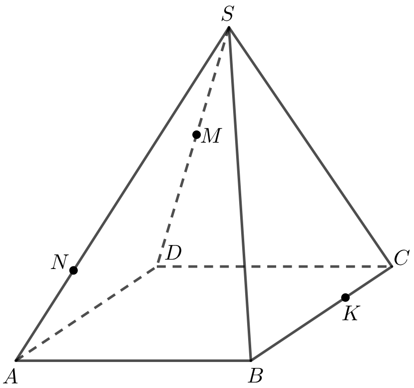
Постройте сечение:

1.




Через точки $K$, $N$, $M$.

2.



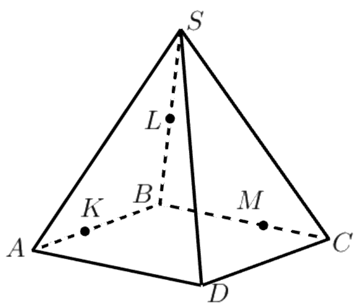

Через точки $K$, $N$, $M$.

## Задачи для самостоятельного решения

### Задание 1

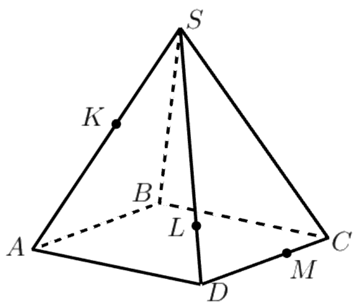
Постройте сечение:

1.



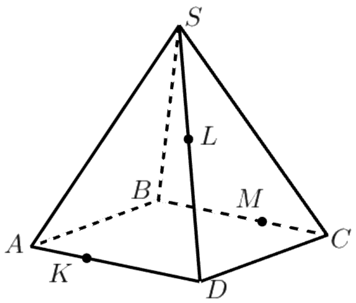

Через точки $K$, $L$, $M$.

2.



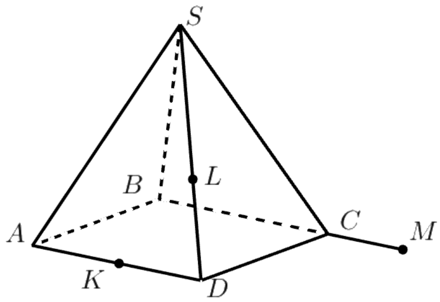

Через точки $K$, $L$, $M$.

3.



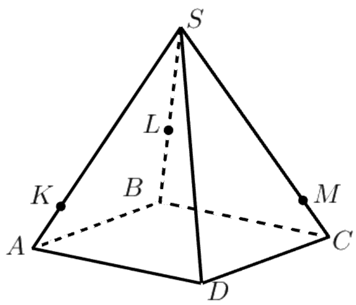

Через точки $K$, $L$, $M$.

4.



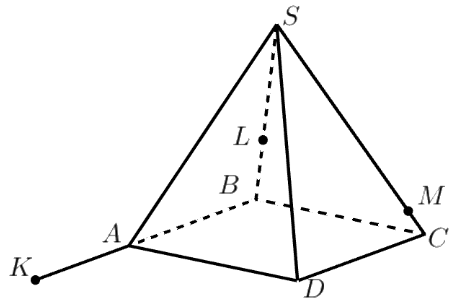

Через точки $K$, $L$, $M$.

5.




Через точки $K$, $L$, $M$.

6.




Через точки $K$, $L$, $M$.

**Задание 2**

Основание пирамиды $SABCD$ – параллелограмм $ABCD$. Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через следующие точки:

а) середины рёбер $AB$, $BC$, и $SC$;

б) середины рёбер $AB$, $BC$, и $SD$;

в) середины рёбер $AD$, $SC$ и точку $B$;

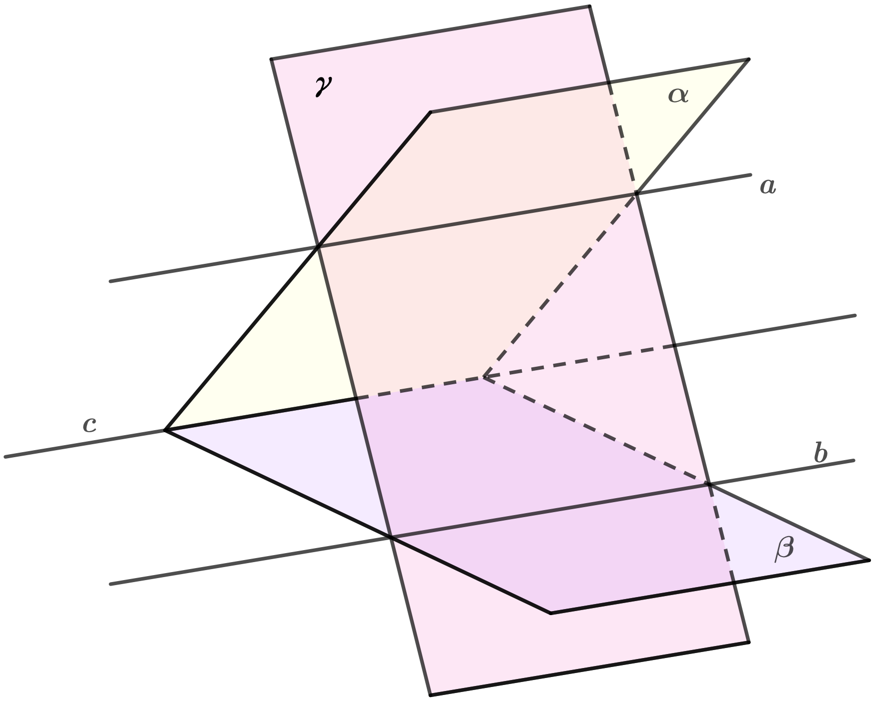
г) середины рёбер $AB$, $AD$ и $SC$;

д) центр основания, середину ребра $SD$ и точку $M$ ребра $SA$, если $AM : MS = 1 : 3$.

# 5 Теорема о трёх плоскостях.

## Теоретическая справка

Плоскость $\alpha$ пересекает плоскость $\beta$ по прямой $c$, прямая $a$ лежит в плоскости $\alpha$ и параллельна прямой $c$, то любая плоскость $\gamma$ проходящая, через прямую $a$ пересечет плоскость $\beta$ по прямой $b$ параллельной прямой $a$ и прямой $c$.



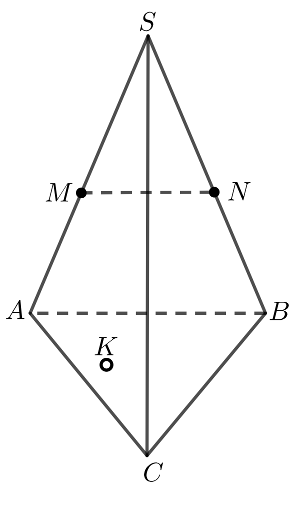

**Краткая запись теоремы:**

$$\left.\begin{array}{l} \alpha \cap \beta = c \\ a \subset \alpha;\ a||c \\ \gamma \supset a;\ \gamma \cap \beta = b \end{array}\right| \Rightarrow b||a||c$$

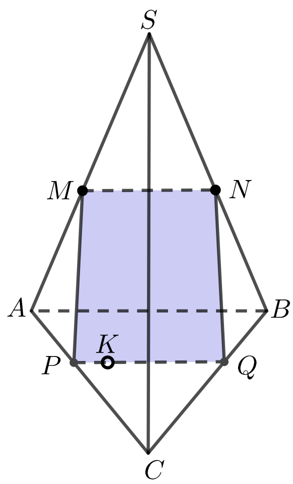
Когда мы пользуемся этой теоремой?

▶ **Пример.**

$SAB$ и $CAB$ грани тетраэдра $SABC$. Прямая $MN||AB$ и точка $K$ лежит в плоскости $ABC$. Тогда сечение тетраэдра плоскостью $(MNK)$ пересечёт плоскость $ABC$ по прямой параллельной $AB$.



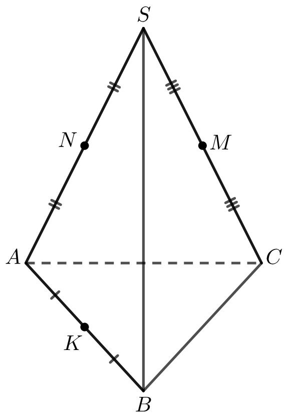
Значит построим через точку $K$ прямую $PQ||AB$. $MNQP$ - искомое сечение.




## Задачи из видео для тренировки

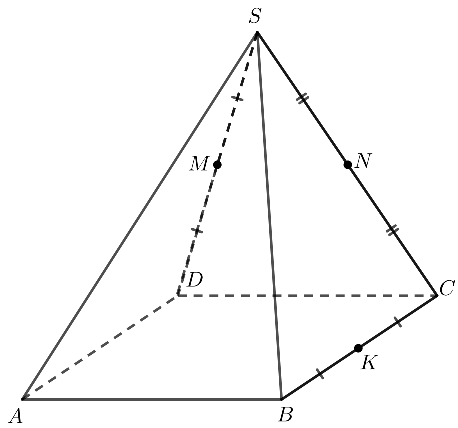
Постройте сечение:

1.




Через точки $K$, $N$, $M$.

2.




Через точки $K$, $N$, $M$.

## Задачи для самостоятельного решения

### Задание 1

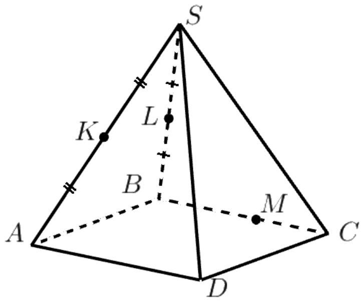
а) Постройте сечение треугольной пирамиды $DABC$ плоскостью, проходящей через середины $K$, $L$ и $M$ рёбер $AD$, $AB$ и $BC$;

б) Постройте сечение треугольной пирамиды $DABC$ плоскостью, проходящей через точки пересечения медиан граней $ABD$, $BCD$ и $ADC$;

в) Постройте сечение треугольной пирамиды $DABC$ плоскостью, проходящей через середины рёбер $BC$, $CD$ и точку, лежащую на медиане $DM$ грани $ABD$;

г) Основание пирамиды $SABCD$ - параллелограмм $ABCD$. Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через $A$, $B$ и середину ребра $SD$;

д) Постройте сечение через точки $K$, $L$, $M$;

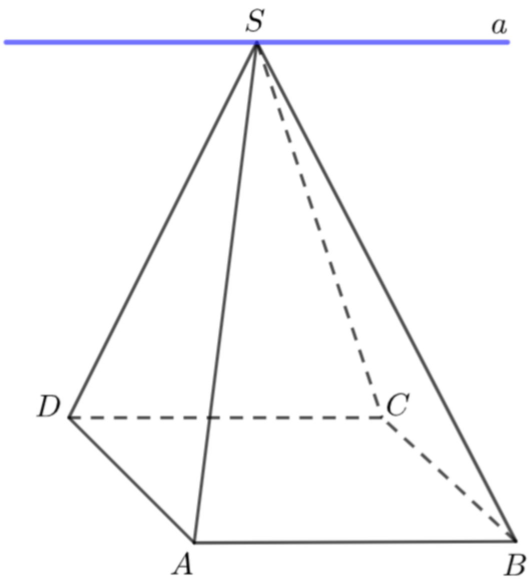



е) Постройте сечение треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью, проходящей через центр грани $AA_1B_1B$, середину ребра $B_1C_1$ и точку $M$ ребра $A_1C_1$, если $A_1M : MC_1 = 1 : 2$.

# 6 Теорема о пересечении боковых граней правильной четырёхугольной пирамиды

## Теоретическая справка

В правильной четырёхугольной пирамиде иногда выгодно рассматривать линию пересечения двух противоположных боковых граней.



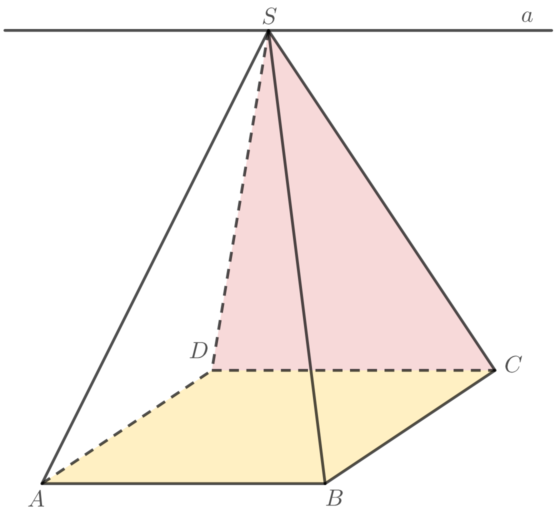

Прямая $a$ – линия пересечения $SDC$ и $ASB$. При этом $a||AB||DC$.

Прямая $AB$ параллельна прямой $DC$, лежащей в плоскости $SDC$, значит прямая $AB$ параллельна плоскости $SDC$ по признаку параллельности прямой и плоскости. Значит плоскость $SDC$ не имеет с прямой $AB$ общих точек. Мы хотим показать, что прямая $a$ параллельна прямой $AB$. Для этого мы покажем, что:
1. $a$ лежит с $AB$ в одной плоскости.
2. $a$ не имеет с $AB$ общих точек.

Прямая $a$ лежит в плоскости $SAB$, значит $a$ и $AB$ лежат в одной плоскости. Прямая $a$ – это линия пересечения $SDC$ и $SAB$. Она не имеет общих точек с прямой $AB$, потому что лежит в плоскости $SDC$ параллельной прямой $AB$. Значит прямая $a$ не пересекается с прямой $AB$ и лежит с прямой $AB$ в одной плоскости. Поэтому прямая $a$ параллельна $AB$.

А значит $a$ параллельна и $DC$.

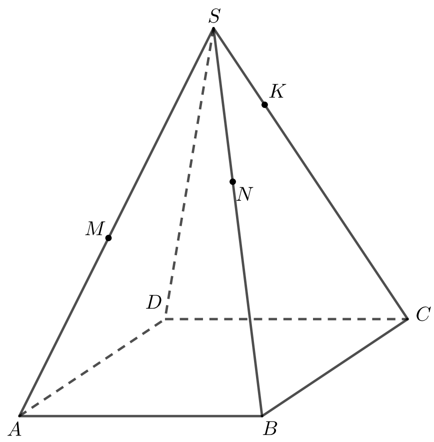
Можно ещё рассуждать так:



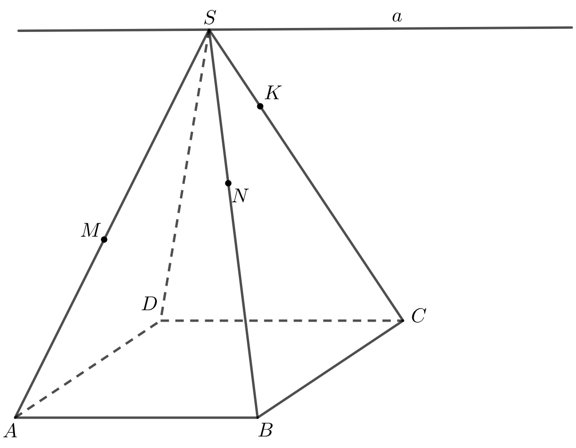

Плоскости $SCD$ и $ABCD$ пересекаются по прямой $CD$. Плоскость $SAB$ проходит через прямую $AB$ параллельную $CD$. Значит по теореме о трёх плоскостях прямая, по которой $SAB$ пересечёт $SDC$ или прямая пересечения $SAB$ и $SDC$ параллельна $AB$ и параллельна $CD$ ($a||AB||CD$).

▶ **Пример.**

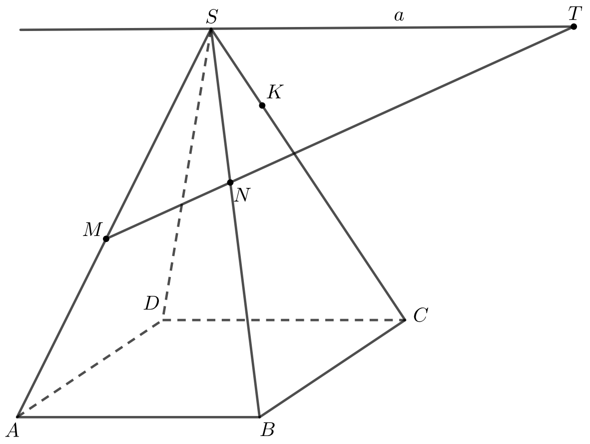
Постройте сечение правильной четырёхугольной пирамиды плоскостью $MNK$.



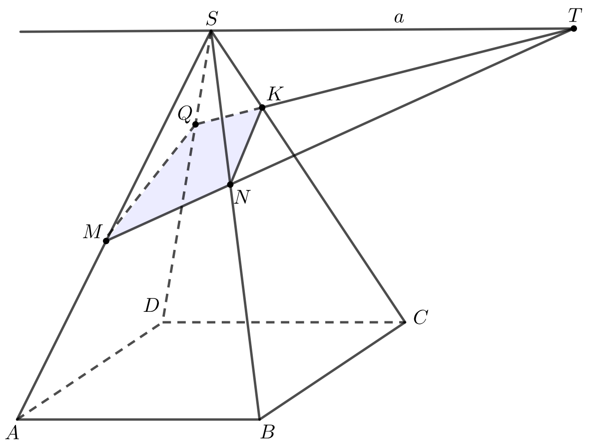

Построим линию пересечения плоскости $SAB$ и $SDC$. Пусть это прямая $a$, так как пирамида правильная $a||AB||CD$.



Построим точку пересечения прямой $MN$ и прямой $a$. Это точка $T$.

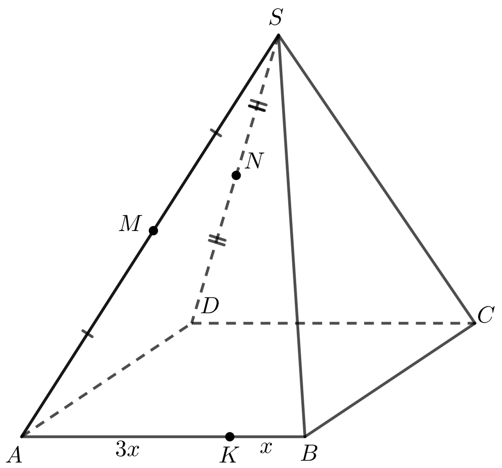



Прямая $TK$ пересекает $SD$ в точке $Q$. Тогда $MNKQ$ – искомое сечение.




## Задача из видео для тренировки

Постройте сечение:

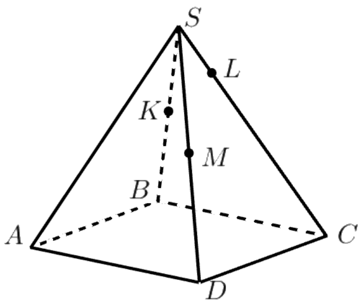



Через точки $K$, $N$, $M$.

## Задачи для самостоятельного решения

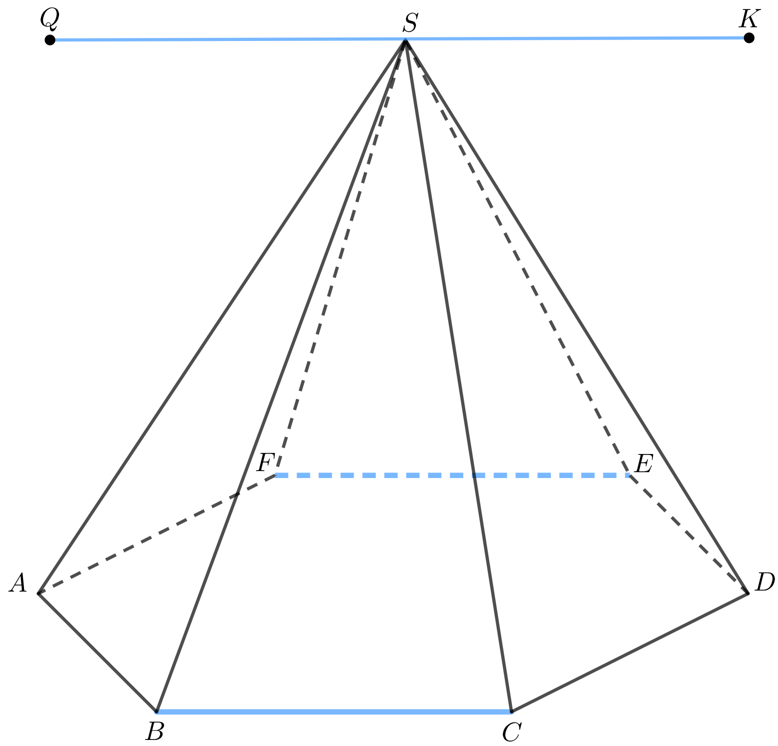
### Задание

а) Постройте сечение пирамиды через точки $K$, $L$, $M$;




б) Постройте сечение четырёхугольной пирамиды $SABCD$ через середину ребра $SA$ и точки $M$ и $N$ рёбер $SB$ и $SC$, если $BM : MS = SN : NC = 1 : 2$

### Линия пересечения противоположных граней в правильной шестиугольной пирамиде




Так как $BC||FE$, то линия пересечения плоскостей $(BSC)$ и $(FSE)$ – это прямая $QK$, проходящая через вершину $S$ параллельно $BC$ и $FE$.

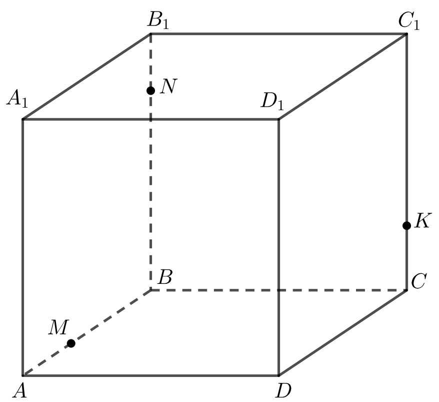
# 7 Куб

⟹ Теория и пример решения

## Задачи из видео для тренировки

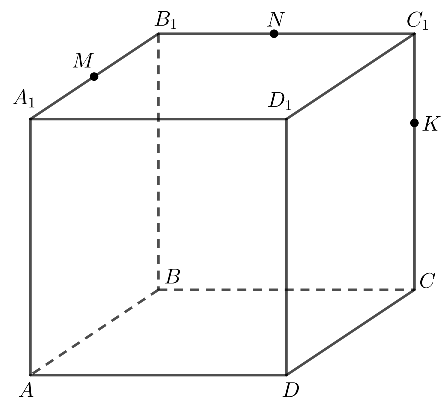
Постройте сечение:

1.




Через точки $M$, $N$, $K$.

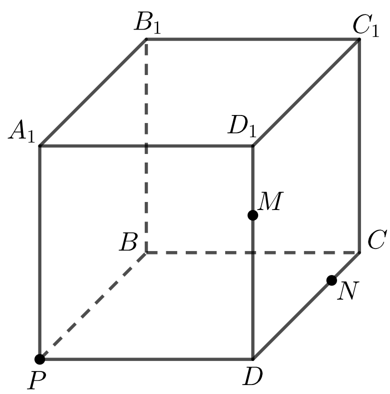
2.



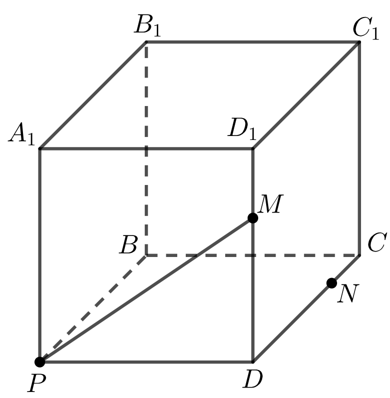

Через точки $M$, $N$, $K$.

▶ **Пример 1.**

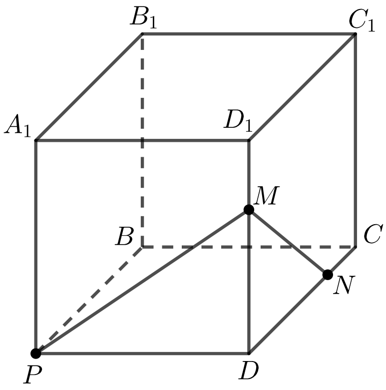
Постройте сечение через точки $N, M$ и $P$.



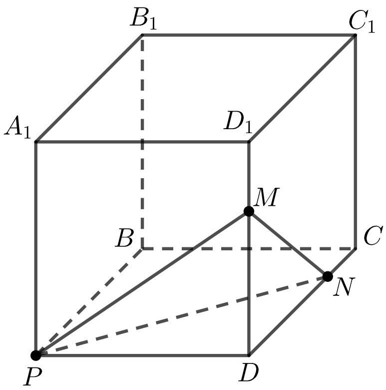

*Шаг 1:* Точки $P$ и $M$ лежат в плоскости передней грани $(PA_1D_1D)$. Соединяем их.



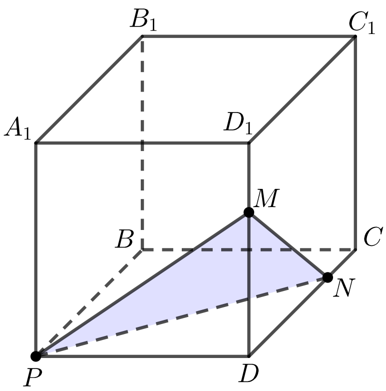
*Шаг 2:* Точки $M$ и $N$ лежат в плоскости боковой грани $(DD_1C_1C)$. Соединяем их.



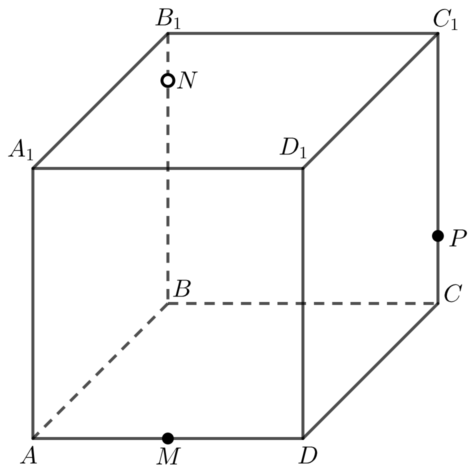

*Шаг 3:* Точки $P$ и $N$ лежат в плоскости нижнего основания $(PBCD)$. Соединяем их пунктиром, так как нижнее основание мы не видим.




*Шаг 4:* $PMN$ – искомое сечение.

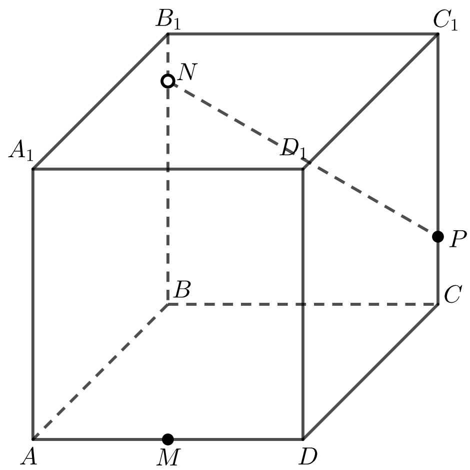


▶ **Пример 2.**
Постройте сечение через точки $N, M$ и $P$.



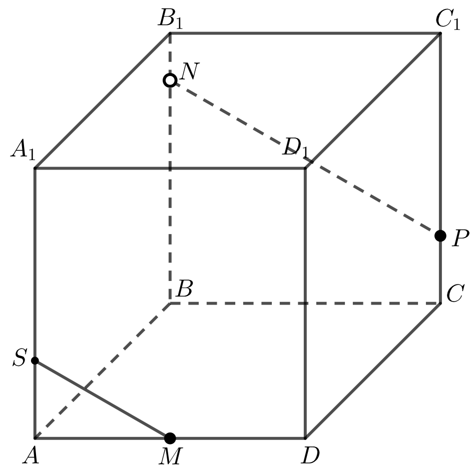

Решим с помощью параллельности

*Шаг 1:* Точки $N$ и $P$ находятся в плоскости задней грани $(BB_1C_1C)$. Соединяем их пунктиром, так как заднюю грань мы не видим.

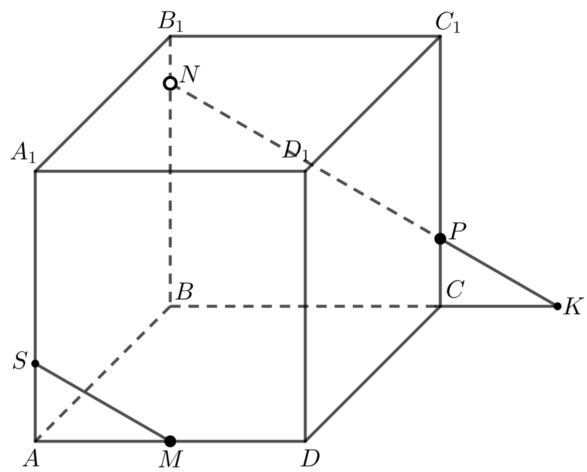



*Шаг 2:* Точка $M$ лежит в 2 плоскостях: передней грани $(AA_1D_1D)$ и грани нижнего основания $(ABCD)$. В каждой из этих плоскостей нам нужно получить еще по точке.

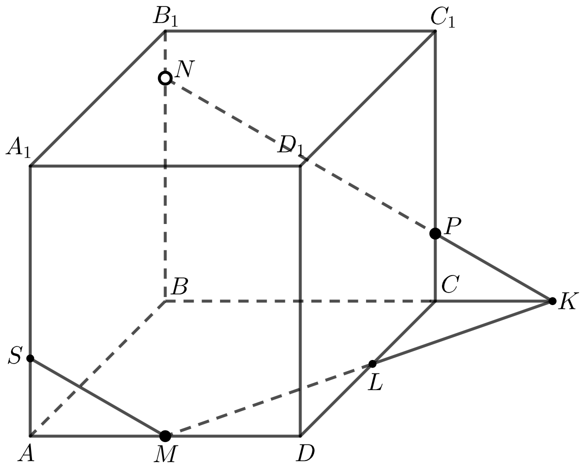
*Шаг 3:* Так как грани $(AA_1D_1D)$ и $(BB_1C_1C)$ параллельны, то плоскость сечения пересекает параллельные плоскости по параллельным прямым, поэтому в плоскости передней грани $(AA_1D_1D)$ мы должны через точку $M$ провести прямую, параллельно $PN$ и она будет принадлежать сечению. Пусть эта прямая пересекает ребро $AA_1$ в точке $S$.



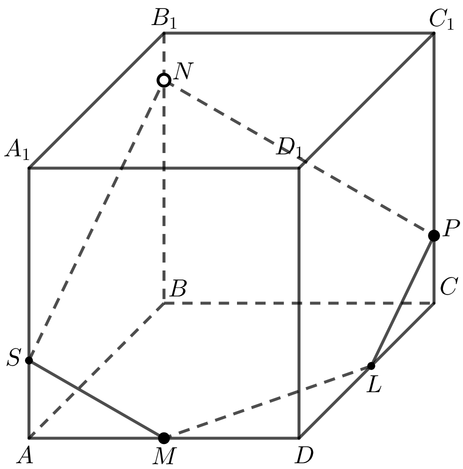

*Шаг 4:* Продлим $NP$ и $BC$ до пересечения друг с другом. Пусть точка пересечения – $K$. Точка $K$ лежит на $BC$, а значит принадлежит плоскости нижнего основания $(ABCD)$. Кроме того, точка $K$ лежит на $NP$, то есть лежит в плоскости сечения. Таким образом, мы получили еще одну точку нашего сечения в плоскости нижнего основания.



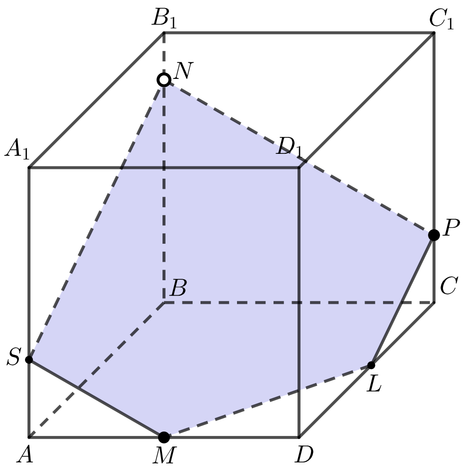
*Шаг 5:* Соединим точки $K$ и $M$. $KM$ будет пересекать $CD$ в точке $L$.




*Шаг 6:* Соединим точки $N$ и $S$, лежащие в сечении и боковой грани $AA_1B_1B$. Соединим точки $P$ и $L$, лежащие в сечении и боковой грани $CC_1D_1D$.

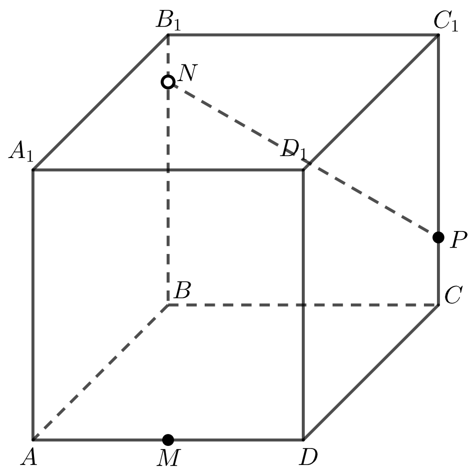



*Шаг 7:* $NSMLP$ – искомое сечение.



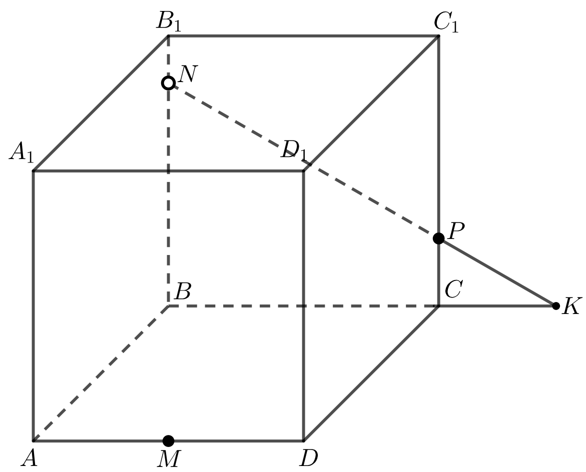
<u>Решим с помощью метода следов</u>

*Шаг 1:* Точки $N$ и $P$ находятся в плоскости задней грани $(BB_1C_1C)$. Соединяем их пунктиром, так как заднюю грань мы не видим.

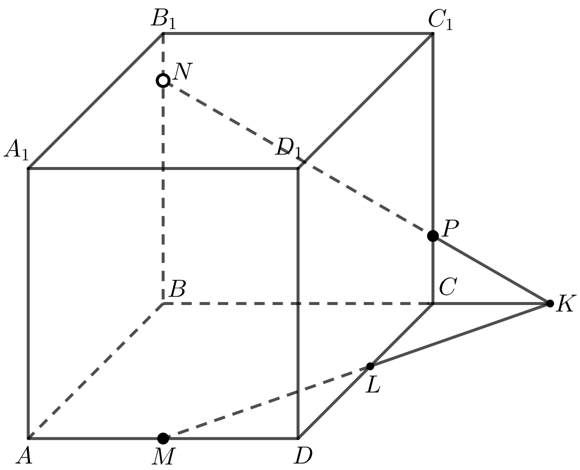



*Шаг 2:* Точка $M$ лежит в 2 плоскостях: передней грани $(AA_1D_1D)$ и грани нижнего основания $(ABCD)$. В каждой из этих плоскостей нам нужно получить еще по точке.

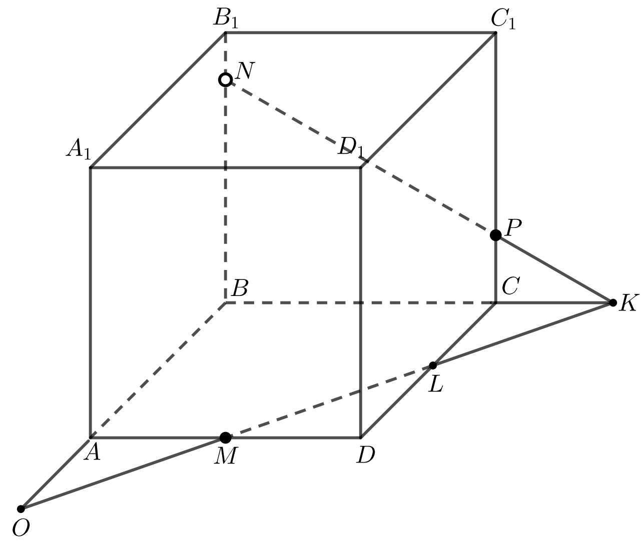
*Шаг 3:* Продлим $NP$ и $BC$ до пересечения друг с другом. Пусть точка пересечения – $K$. Точка $K$ лежит на $BC$, а значит принадлежит плоскости нижнего основания $(ABCD)$. Кроме того, точка $K$ лежит на $NP$, то есть лежит в плоскости сечения. Таким образом, мы получили еще одну точку нашего сечения в плоскости нижнего основания.



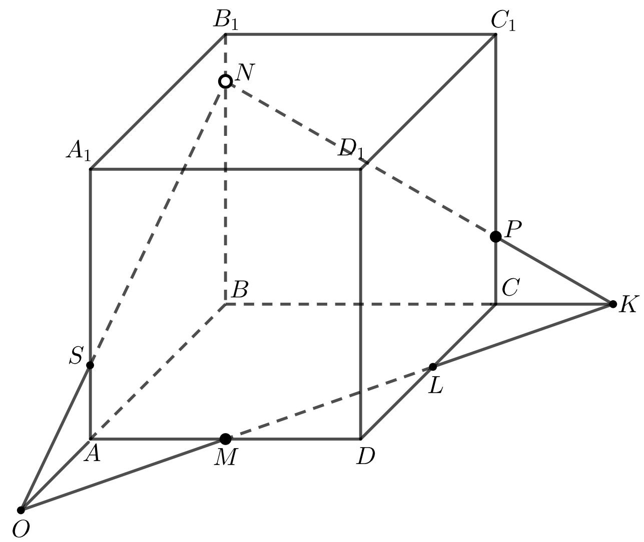

*Шаг 4:* Соединим точки $K$ и $M$. $KM$ будет пересекать $CD$ в точке $L$.



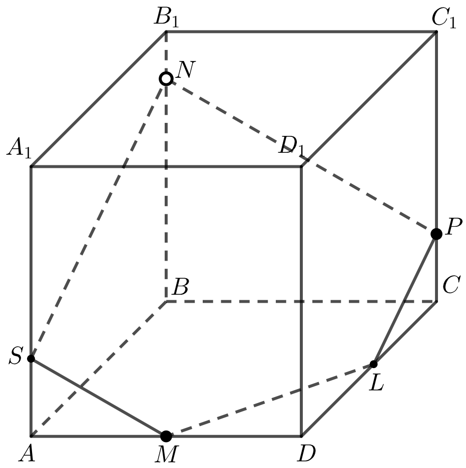

*Шаг 5:* Продлим $ML$ и $AB$ до пересечения друг с другом. Пусть точка пересечения – $O$. Точка $O$ лежит на $AB$, а значит принадлежит плоскости боковой грани $(AA_1B_1B)$. Кроме того, точка $O$ лежит на $LM$, то есть лежит в плоскости сечения. Таким образом, мы получили еще одну точку нашего сечения в плоскости боковой грани.



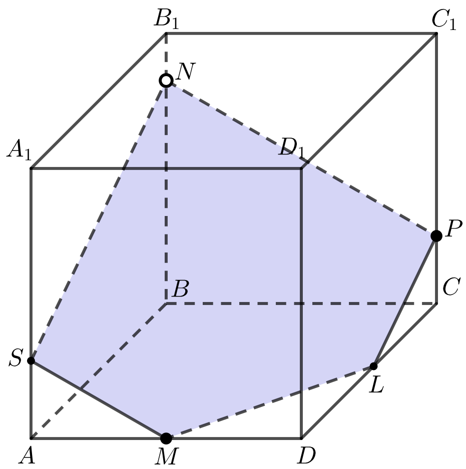

*Шаг 6:* Соединим точки $O$ и $N$. $ON$ будет пересекать $AA_1$ в точке $S$.



*Шаг 7:* Соединим точки $M$ и $S$, лежащие в сечении и передней грани $AA_1D_1D$. Соединим точки $P$ и $L$, лежащие в сечении и боковой грани $CC_1D_1D$.

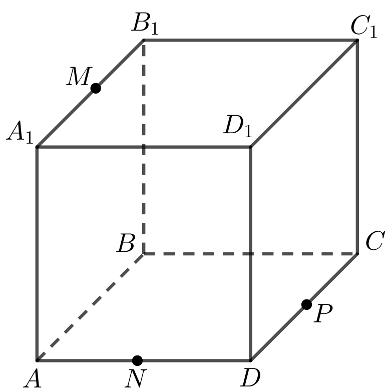



*Шаг 8:* $NSMLP$ – искомое сечение.



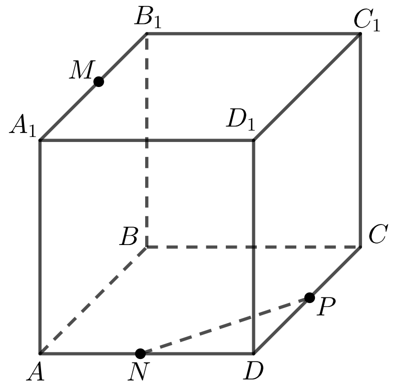

▶ **Пример 3**

Постройте сечение через точки $N, M$ и $P$.

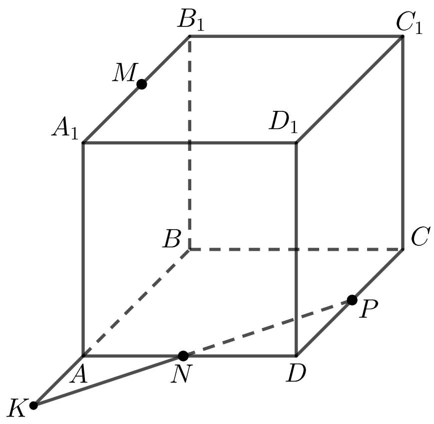


Решим с помощью параллельности

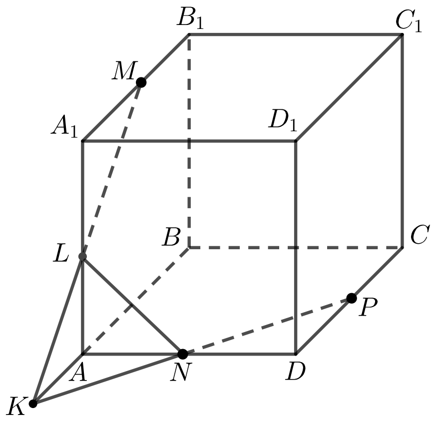
*Шаг 1:* Соединим точки $P$ и $N$ в плоскости в плоскости нижнего основания $(ABCD)$.



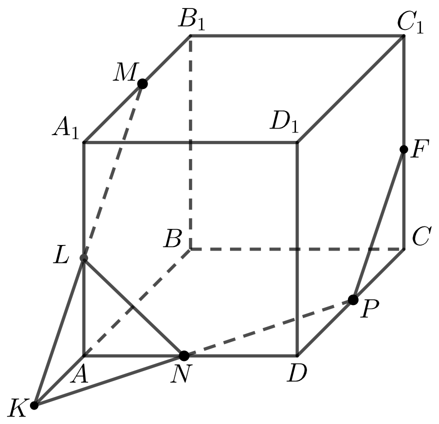

*Шаг 2:* Продлим $PN$ и $BA$ до пересечения друг с другом. Пусть $K$ – точка пересечения.



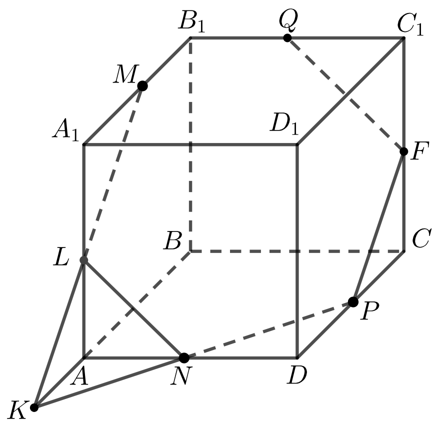

*Шаг 3:* Так как $K$ принадлежит $PN$, то она принадлежит плоскости сечения. Так как $K$ лежит на $BA$, то она лежит в боковой грани $(AA_1B_1B)$. Тогда в этой грани у нас есть 2 точки принадлежащие сечению: $K$ и $M$. Соединим их. Пусть $KM$, пересекает $AA_1$ в точке $L$. Соединим точки $L$ и $N$, $LN$ принадлежит сечению.



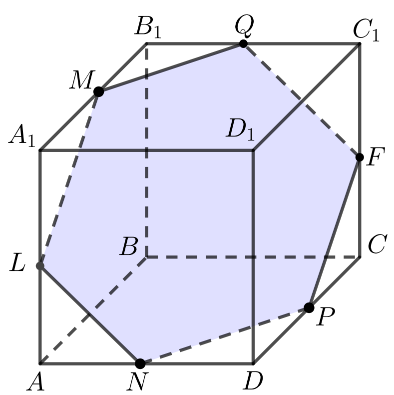
*Шаг 4:* Так как сечение будет пересекать параллельные плоскости по параллельным прямым, то чтобы провести линию сечения в плоскости боковой грани $(DD_1C_1C)$ нам надо провести через точку $P$ прямую, параллельную $ML$. Пусть она пересекает $CC_1$ в точке $F$. Соединим точки $F$ и $P$, $FP$ принадлежит сечению.




*Шаг 5:* Аналогично, чтобы провести линию сечения в плоскости задней грани $(BB_1C_1C)$, надо провести в ней через точку $F$ прямую, параллельную $NL$. Пусть эта прямая пересекает $B_1C_1$ в точке $Q$. Соединим точки $F$ и $Q$, $FQ$ принадлежит сечению.

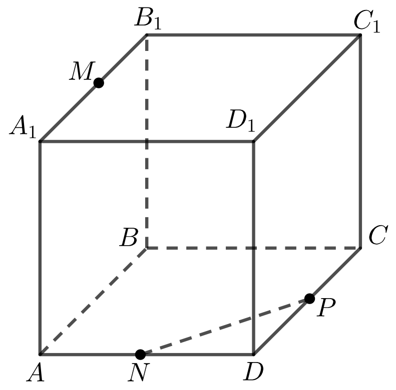



*Шаг 6:* Соединим точки $M$ и $Q$, лежащие в верхнем основании. $MQ$ принадлежит сечению. $MLNPFQ$ – искомое сечение.

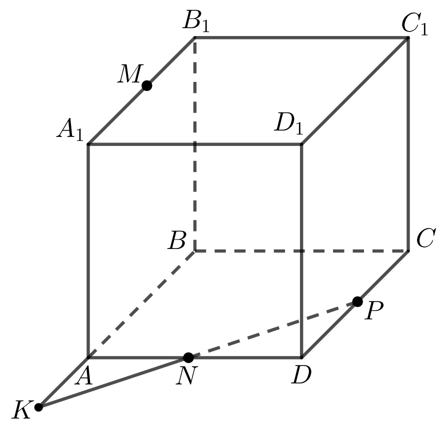



Решим с помощью метода следов

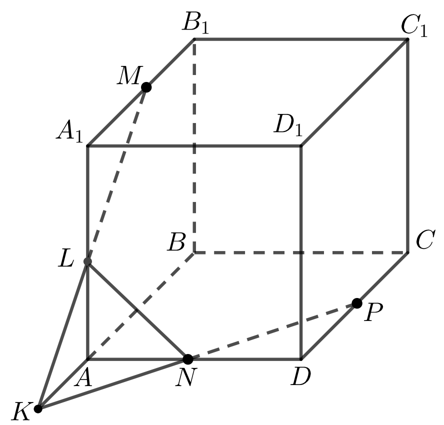
*Шаг 1:* Соединим точки $P$ и $N$ в плоскости нижнего основания $(ABCD)$.



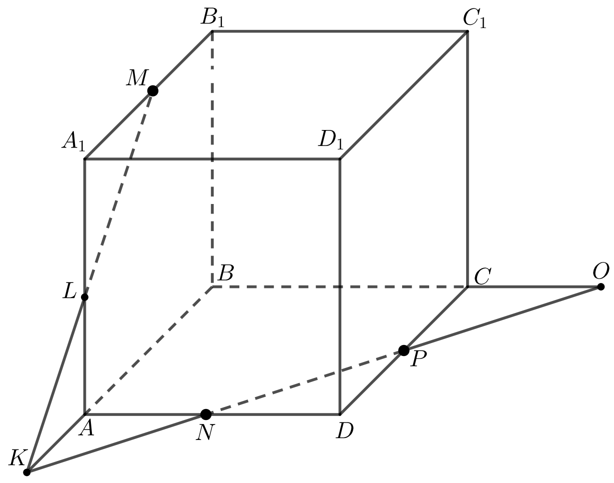

*Шаг 2:* Продлим $PN$ и $BA$ до пересечения друг с другом. Пусть $K$ – точка пересечения.



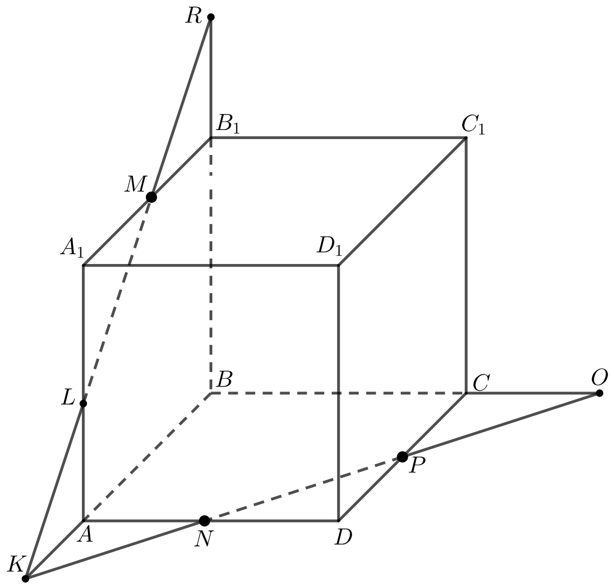

*Шаг 3:* Так как $K$ принадлежит $PN$, то она принадлежит плоскости сечения. Так как $K$ лежит на $BA$, то она лежит в боковой грани $(AA_1B_1B)$. Тогда в этой грани у нас есть 2 точки принадлежащие сечению: $K$ и $M$. Соединим их. Пусть $KM$, пересекает $AA_1$ в точке $L$.



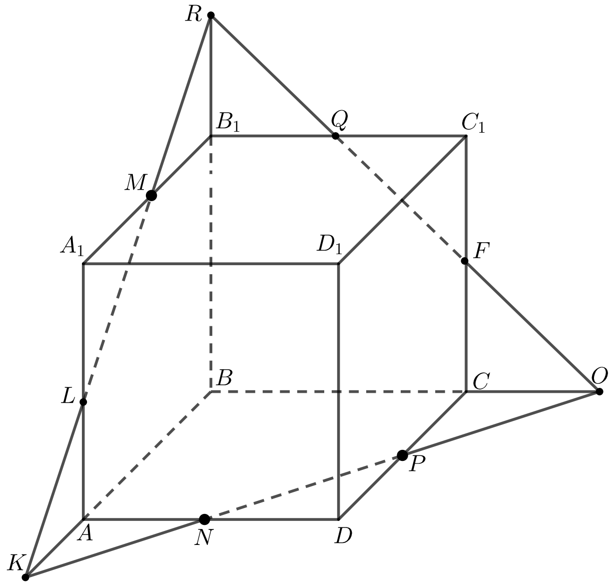

*Шаг 4:* Продлим $PN$ и $BC$ до пересечения друг с другом. Пусть $O$ – точка пересечения. Так как $O$ принадлежит $PN$, то она принадлежит плоскости сечения. Так как $O$ лежит на $BC$, то она лежит в боковой грани $(CC_1B_1B)$.



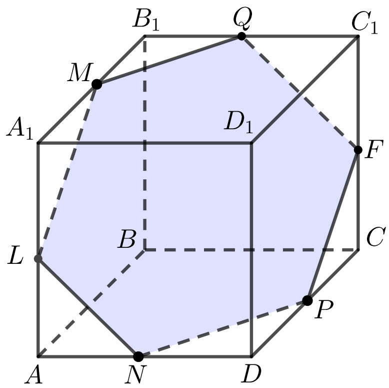

*Шаг 5:* Продлим $LM$ и $BB_1$ до пересечения друг с другом. Пусть $R$ – точка пересечения. Так как $R$ принадлежит $LM$, то она принадлежит плоскости сечения. Так как $R$ лежит на $BB_1$, то она лежит в задней грани $(CC_1B_1B)$.




*Шаг 6:* Точки $R$ и $O$ принадлежат одной грани $CC_1B_1B$, тогда мы их можем соединить. Пусть отрезок $RO$ пересекает $B_1C_1$ в точке $Q$ и $CC_1$ в точке $F$. Получается отрезок $QF$, который принадлежит плоскости сечения.




*Шаг 7:* Соединим точки $L$ и $N$, $M$ и $Q$, $P$ и $F$. $MLNPFQ$ – искомое сечение.

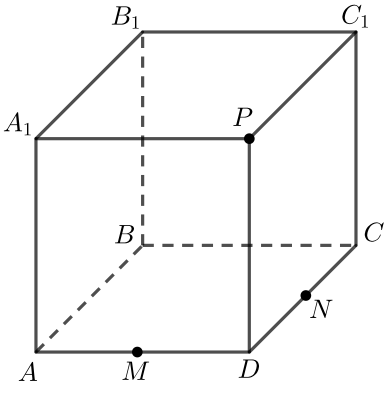



## Задачи для самостоятельного решения

### Задание 1

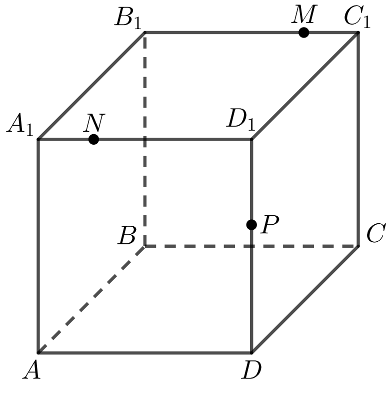
Постройте сечение:

1.



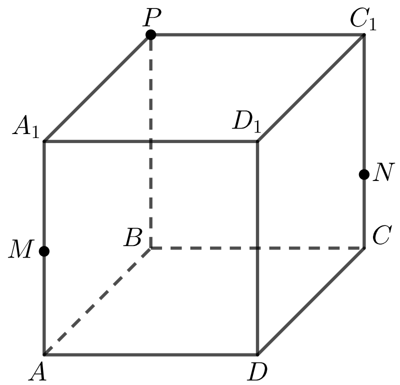

Через точки $N$, $M$, $P$.

2.



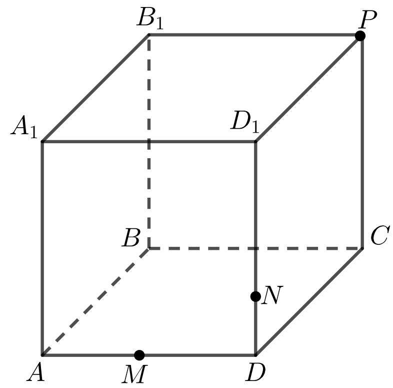

Через точки $M$, $P$, $N$.

3.



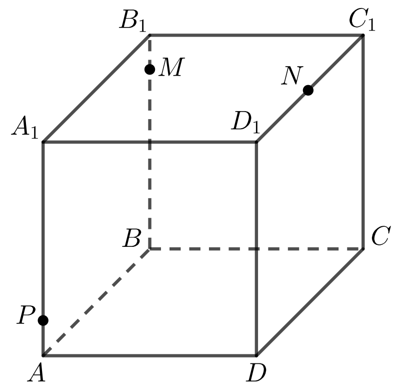

Через точки $N$, $M$, $P$.

4.



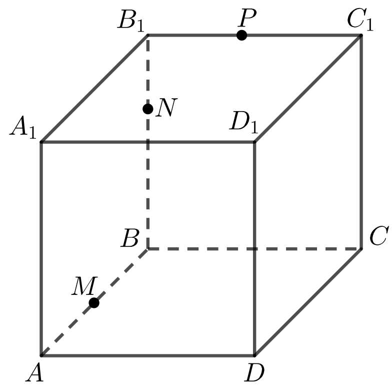

Через точки $M$, $P$, $N$.

5.



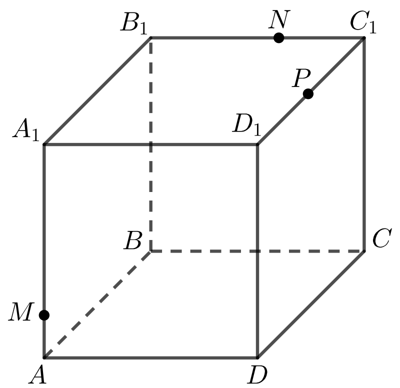

Через точки $N$, $M$, $P$.

6.



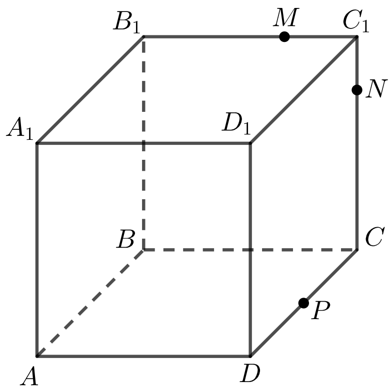

Через точки $M$, $P$, $N$.

7.



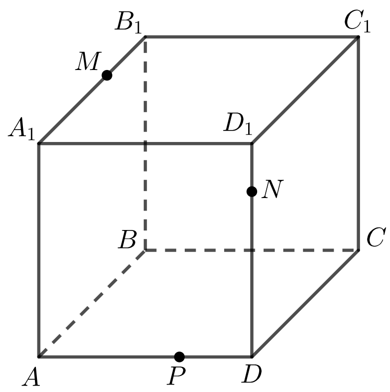

Через точки $N$, $M$, $P$.

8.




Через точки $M$, $P$, $N$.

9.

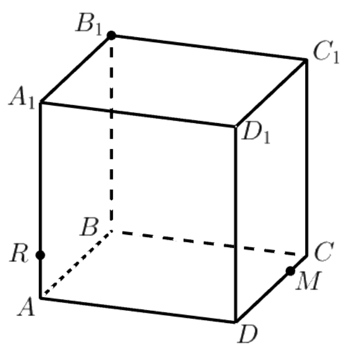



Через точки $N$, $M$, $P$.

**Задание 2**

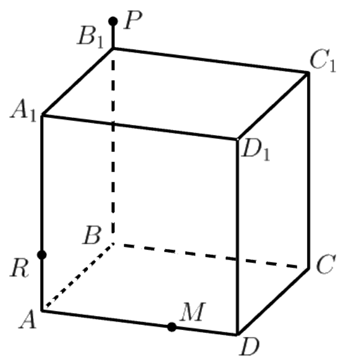
Постройте сечение:

1.



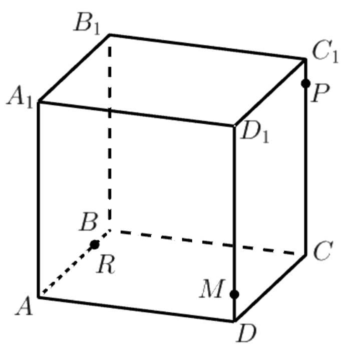

Через точки $B_1$, $M$, $R$.

2.



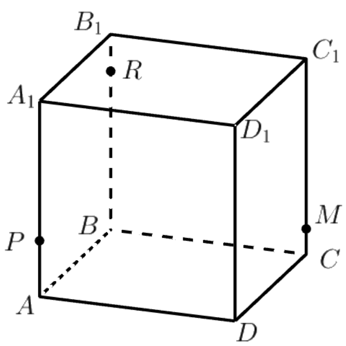

Через точки $M$, $P$, $R$.

3.



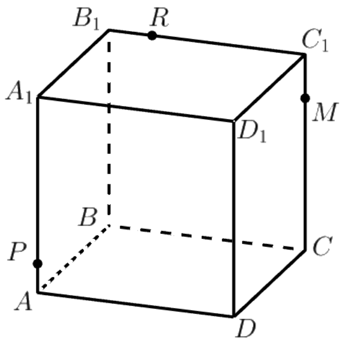

Через точки $M$, $P$, $R$.

4.



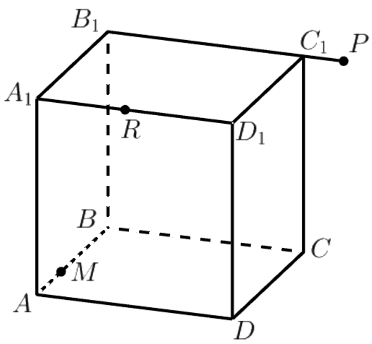

Через точки $M$, $P$, $R$.

5.



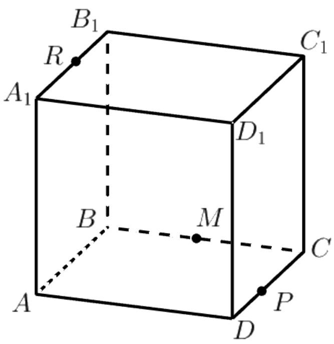

Через точки $M$, $P$, $R$.

6.




Через точки $M$, $P$, $R$.

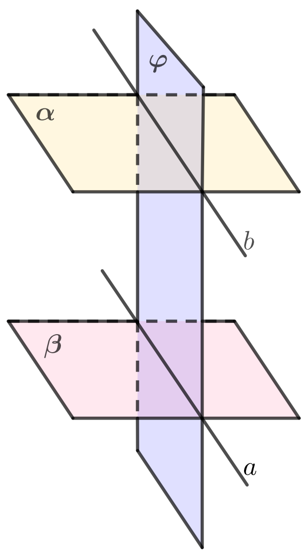
7.




Через точки $M$, $P$, $R$.

## Теорема о прямых пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью

Плоскость $\alpha$ и плоскость $\beta$ параллельны. Плоскость $\varphi$ пересекает плоскость $\alpha$ по прямой $a$ и плоскость $\varphi$ пересекает плоскость $\beta$ по прямой $b$. Тогда прямые $a$ и $b$ параллельны.

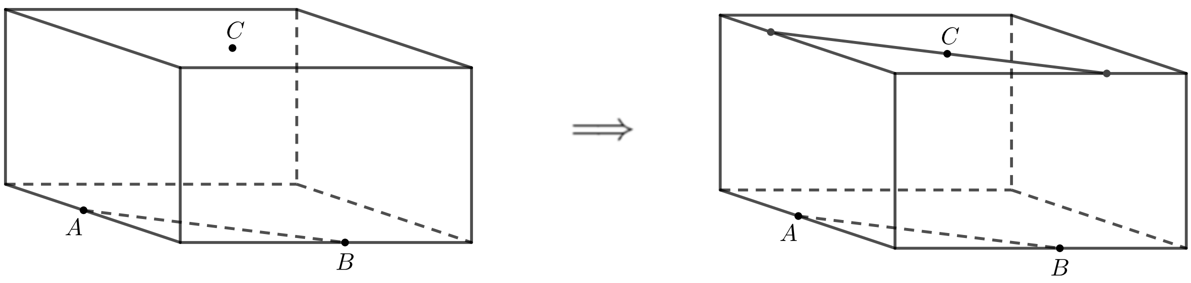



**Краткая запись теоремы:**

$$\left.\begin{array}{l} \alpha || \beta \\ \alpha \cap \varphi = a \\ \beta \cap \varphi = b \end{array}\right| \Rightarrow a || b$$

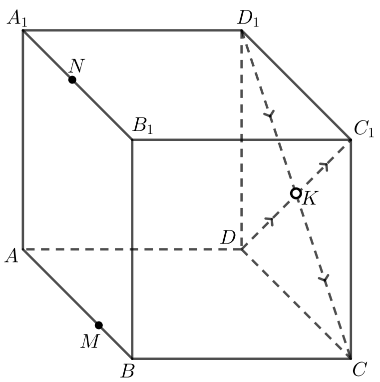
Эту теорему удобно использовать для построения сечений в фигурах с параллельными гранями: кубах, параллелепипедах и призмах.

Если у нас есть прямая $AB$ секущей плоскости в одной из граней и точка $C$ в параллельной грани, мы проводим через точку $C$ прямую параллельную прямой $AB$ и получаем след сечения в параллельной грани.

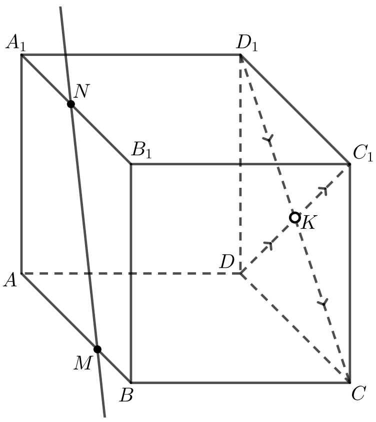



▶ **Пример 1.**

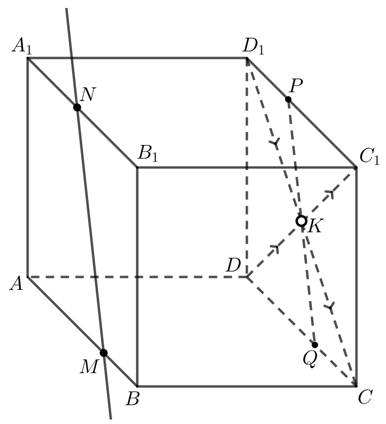
$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. $M$ и $N$ точки на рёбрах $AB$ и $A_1B_1$. $K$ – центр грани $CDD_1C_1$. Построить сечение куба плоскостью $MNK$.



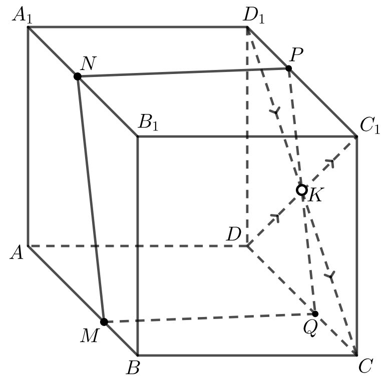

*Шаг 1:* Проведём прямую $MN$.



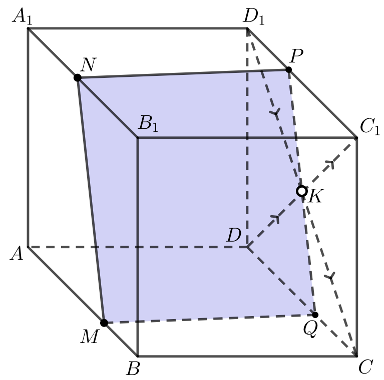

*Шаг 2:* Грани $AA_1B_1B$ и $CC_1D_1D$ – параллельны. По нашей теореме плоскость $MNK$ пересечёт плоскость $CC_1D_1D$ по прямой параллельной $MN$. Проведём через точку $K$ прямую параллельную $MN$. Она пересечёт $CD$ в точке $Q$ и $D_1C_1$ в точке $P$.




*Шаг 3:* Соединим точки $N$ и $P$ (получим отрезок $NP$) и точки $M$ и $Q$ (получим отрезок $MQ$).

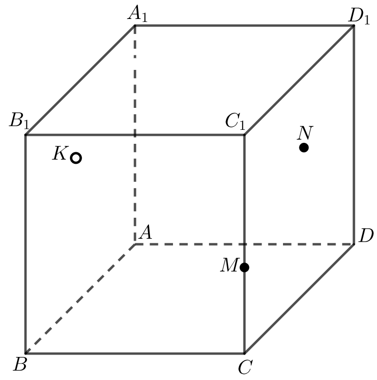



*Шаг 4:* Тогда $MNPQ$ – искомое сечение.

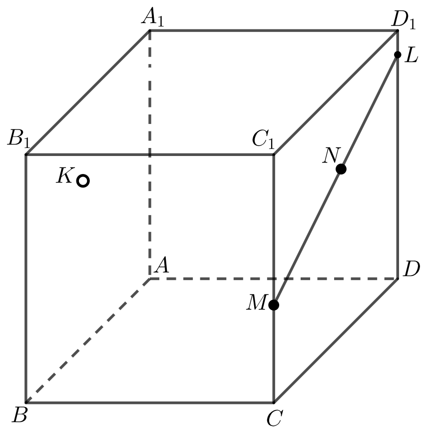


▶ **Пример 2.**

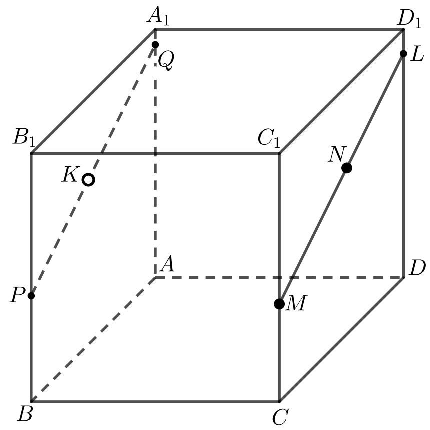
$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. $M$ точка на ребре $CC_1$. Точки $K$ и $N$ лежат в гранях $AA_1B_1B$ и $DCC_1D_1$ соответственно. Построить сечение куба плоскостью $MNK$.



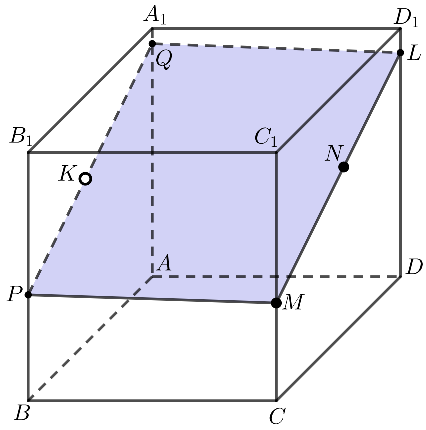

*Шаг 1:* Проведём прямую через точки $M$ и $N$. Пусть она пересекает $DD_1$ в точке $L$.




*Шаг 2:* По теореме о прямых пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью плоскость $MNK$ пересечёт плоскость $BB_1A_1A$ по прямой параллельной $MN$. Проведём через точку $K$ прямую параллельную $MN$. Она пересечёт $BB_1$ в точке $P$ и $AA_1$ в точке $Q$.

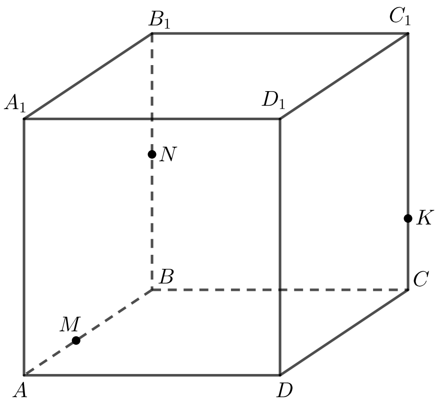



*Шаг 3:* Соединим точки $P$ и $M$, лежащие в сечении и передней грани $CC_1B_1B$, а также точки $Q$ и $L$, лежащие в сечении и задней грани $DD_1A_1A$ . Тогда искомое сечение - $QPML$.



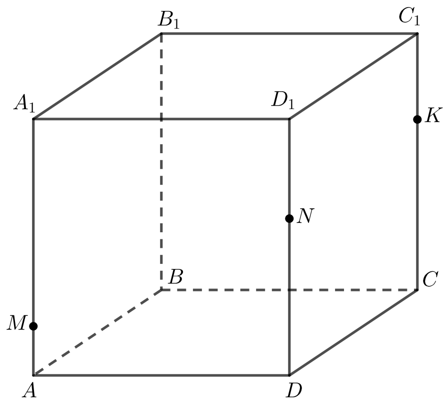

**Задачи из видео для тренировки**

1.



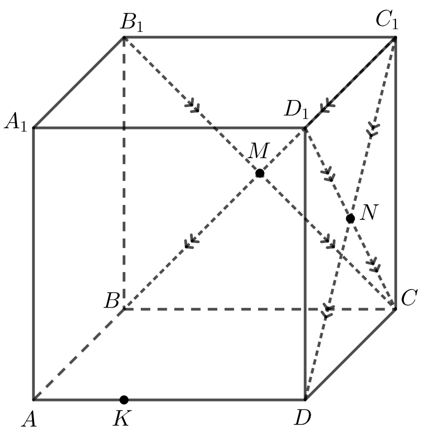

Через точки $M$, $N$, $K$.

2.




Через точки $M$, $N$, $K$.

3.

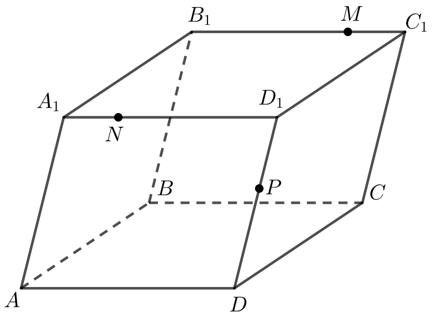



Через точки $M$, $N$, $K$

**Задание 3**

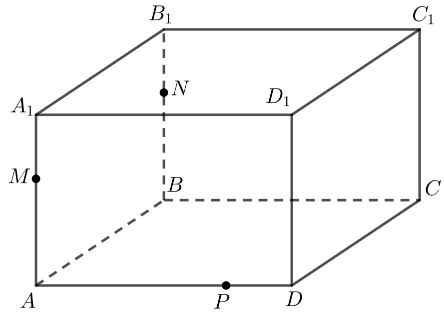
Постройте сечение:

1.



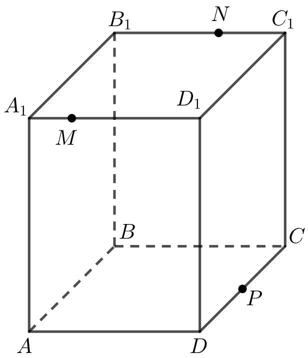

Через точки $M$, $N$, $P$.

2.



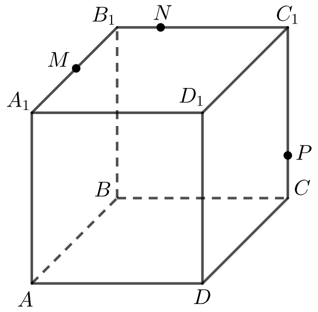

Через точки $M$, $N$, $P$.

3.




Через точки $M$, $N$, $P$.

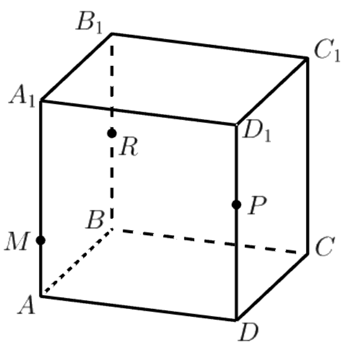
4.




Через точки $M$, $N$, $P$.

**Задание 4**

а) Постройте сечение проходящее через точки $M$, $P$, $R$.




б) Постройте сечение четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки $B$, $C$ и середину ребра $A_1B_1$;

в) Постройте сечение четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки $A$, $C$ и середину ребра $A_1B_1$;

г) Постройте сечение четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через середины рёбер $AA_1$, $AD$ и центр грани $BB_1C_1C$;

д) Постройте сечение четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через середину ребра $A_1B_1$, вершину $A$ и точку $M$ на ребре $B_1C_1$, если $B_1M : MC_1 = 1 : 3$.

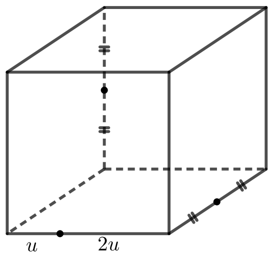
# 8 Куб и бантик

⟹ Теория и пример решения

## Задачи из видео для тренировки

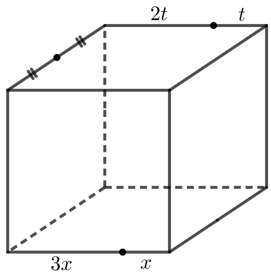
Постройте сечение:

1.




Через выделенные три точки.
Найдите отношение,
в котором делятся
другие стороны.

2.

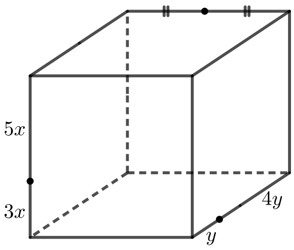



Через выделенные три точки.
Найдите отношение,
в котором делятся
другие стороны.

## Задачи для самостоятельного решения

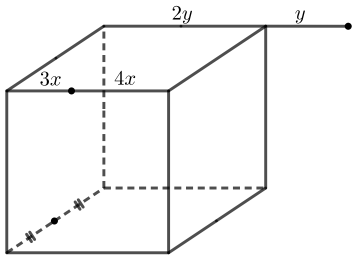
### Задание 1

1.



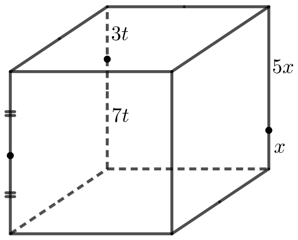

Через выделенные три точки.
Найдите отношение,
в котором делятся
другие стороны.

2.



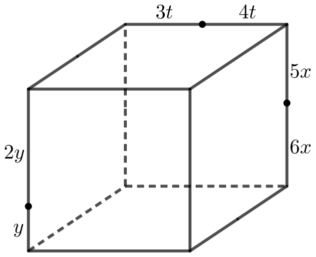

Через выделенные три точки.
Найдите отношение,
в котором делятся
другие стороны.

3.




Через выделенные три точки.
Найдите отношение,
в котором делятся
другие стороны.

4.




Через выделенные три точки.
Найдите отношение,
в котором делятся
другие стороны.

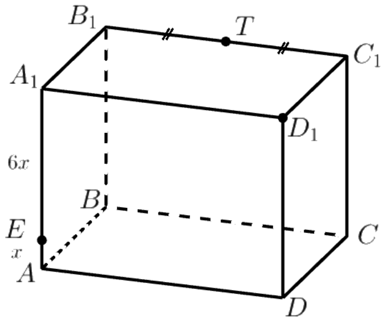
# 9 Четырёхугольная призма

## Задачи для самостоятельного решения

### Задание 1

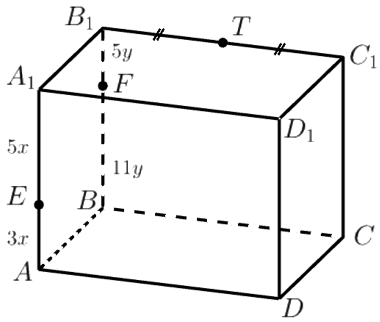
Постройте сечение:

1.



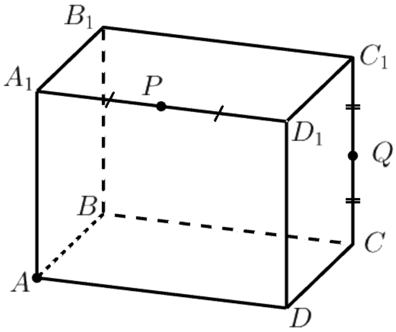

через точки $D_1$, $E$, $T$.

2.




через точки $F$, $E$, $T$;

3.




Через точки $A$, $P$, $Q$.

### Задание 2

Постройте сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через следующие точки:

а) середины рёбер $AB$, $AD$ и $AA_1$;

б) центры граней $ABCD$, $AA_1B_1B$, $BB_1C_1C$;

в) середины рёбер $AB$, $AD$ и $CC_1$;

г) середины рёбер $A_1B_1$, $CC_1$ и вершину $A$;

д) середину ребра $CC_1$ и точки $K$, $L$, лежащие на рёбрах $A_1B_1$ и $AB$, если $BL : LA = A_1K : KB_1 = 1 : 2$;

е) середины рёбер $AD$, $CD$ и $A_1B_1$;

ж) середины рёбер $AB$, $BC$ и $CC_1$;

з) вершину $B_1$, центр грани $ABCD$ и середину ребра $AA_1$;

и) середины рёбер $CD$, $BC$, и точку $M$, лежащую на продолжении ребра $AA_1$ за точку $A_1$, если $MA_1 = \frac{1}{2}AA_1$;

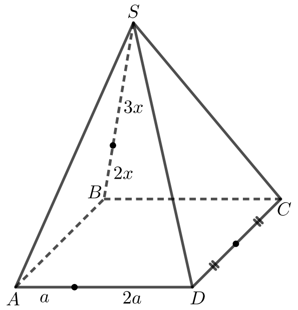
# 10 Бантик и теорема Менелая

$\Longrightarrow$ Теория и пример решения

### Задачи из видео для тренировки

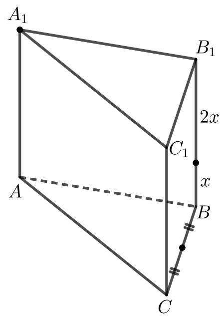
Постройте сечение:

1.




Через выделенные три точки.
Найдите отношение,
в котором делятся
другие стороны.

2.



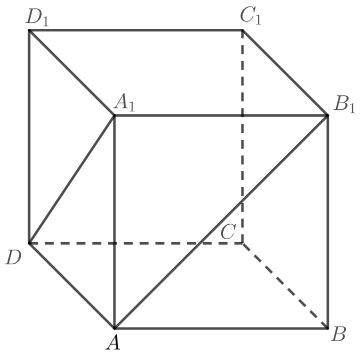

Через выделенные три точки.
Найдите отношение,
в котором делятся
другие стороны.

# 11 Сечения с условием параллельности

⟹ Теория и пример решения

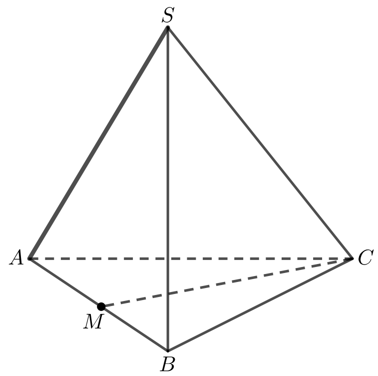
## Задачи из видео для тренировки

1.



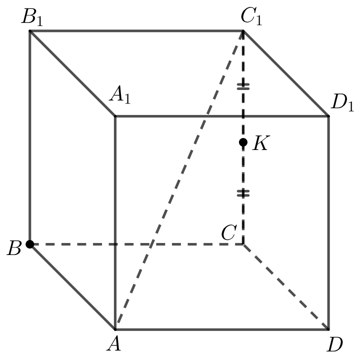

Через $A_1D$ и $\parallel AB_1$.

2.



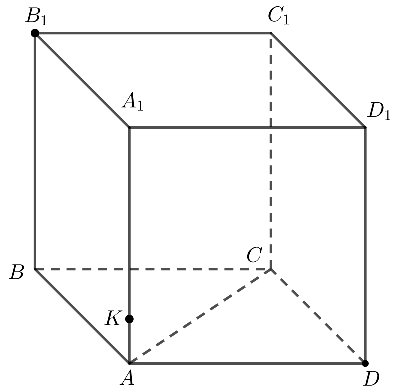

Через $MC$ и $\parallel SA$.

3.



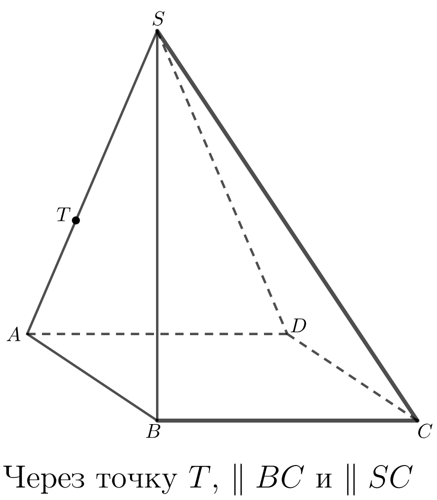

Через точки $B$, $K$ и $\parallel AC_1$.

4.




Через точки $B_1$, $K$ и $\parallel AC$.

5.



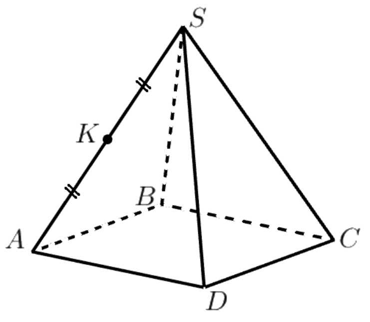

Через точку $T$, $\parallel BC$ и $\parallel SC$

## Задачи для самостоятельного решения

### Задание 1

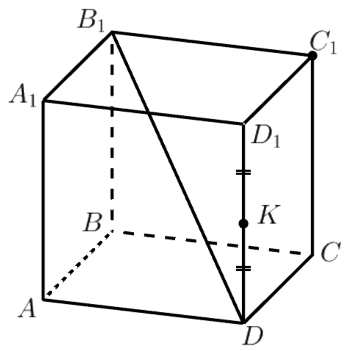
Постройте сечение:

1.



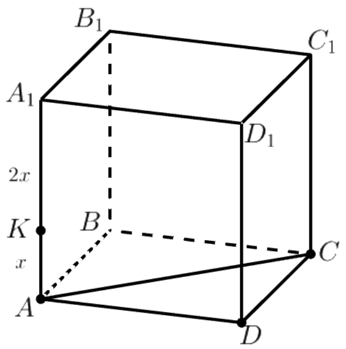

Через точку $K$, $\parallel SD$ и $\parallel DC$.

2.



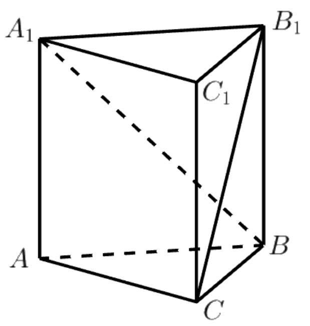

Через точки $C_1$, $K$ и $\parallel B_1D$.

3.



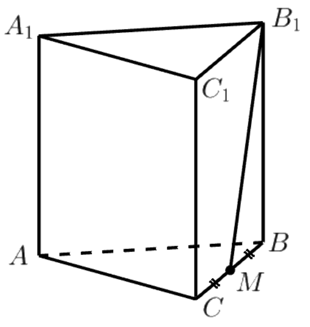

Через точки $D$, $K$ и $\parallel AC$.

4.




Через $B_1C$ и $\parallel A_1B$.

5.




Через $B_1M$ и $\parallel AB$

6. Основание пирамиды $SABCD$ – параллелограмм $ABCD$. Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через середины рёбер $AB$, $AD$ и параллельно ребру $SC$.

# 12 Построение сечений с помощью дополнительных плоскостей

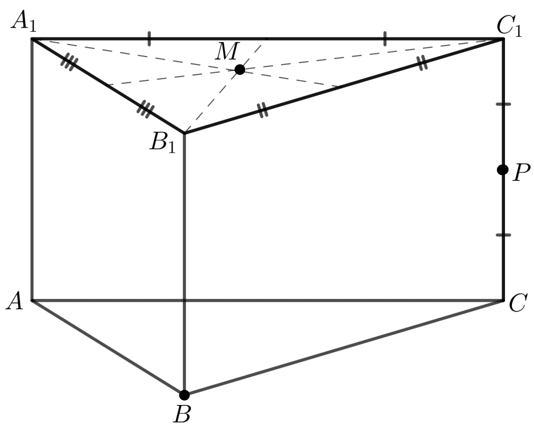
⟹ Теория и пример решения

## Задачи для самостоятельного решения

### Задание 1

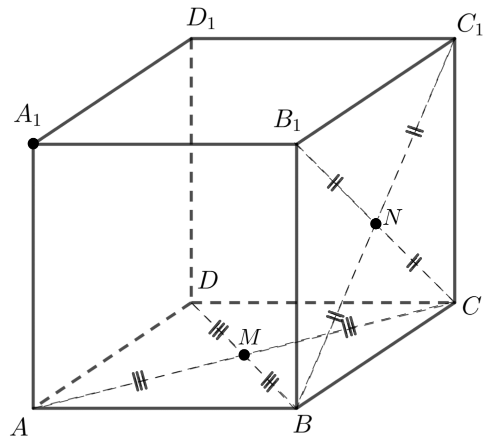
Постройте сечение:

1.



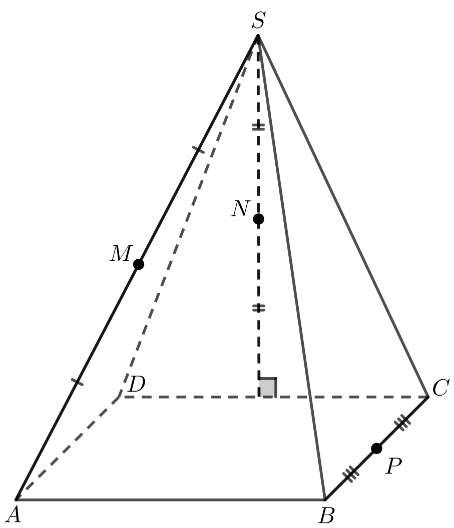

Через точки $M, P, B$

2.



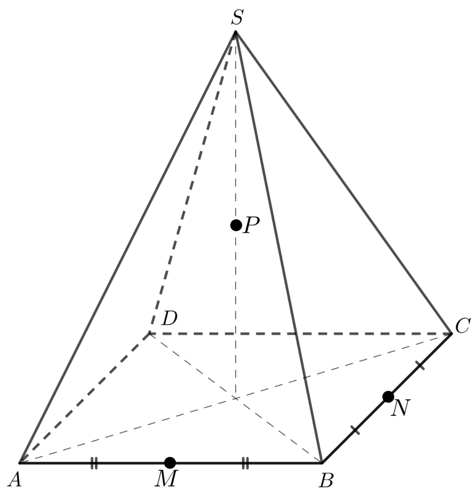

Через точки $A_1, N, M$

3.



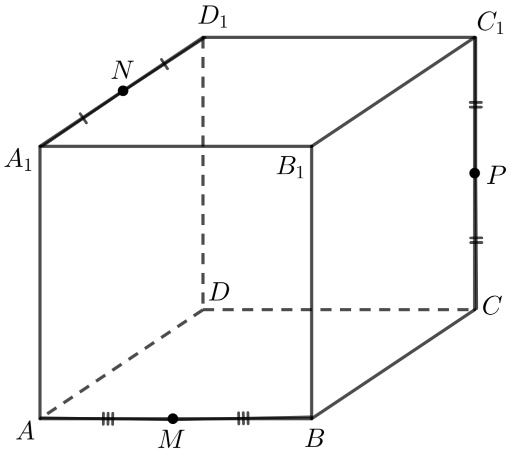

Через точки $M, N, P$

4.



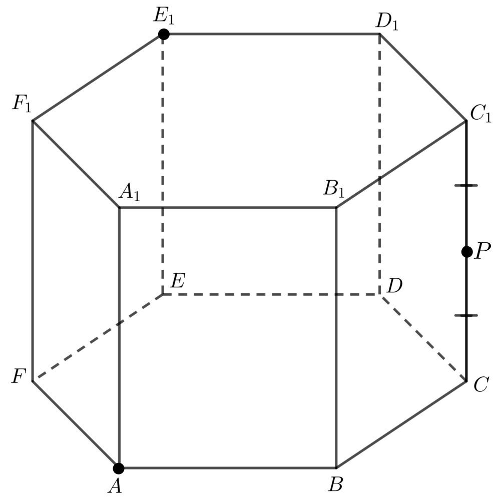

Через точки $M, N, P$

5.



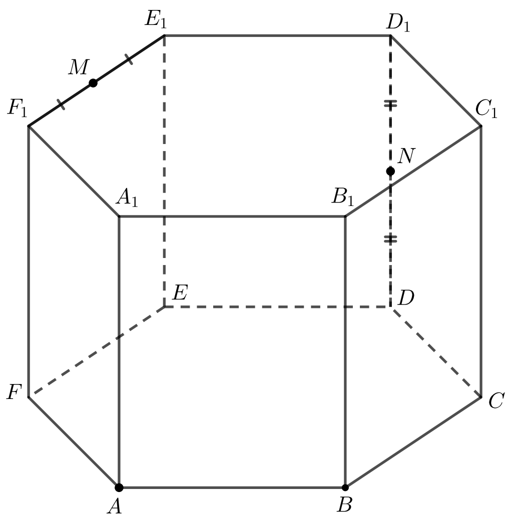

Через точки $M, N, P$

6.



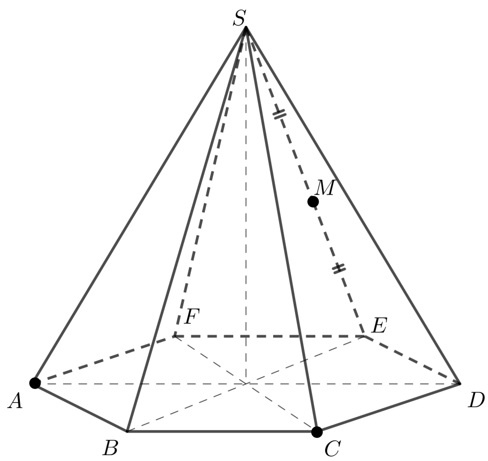

Через точки $P, E_1, A$

7.



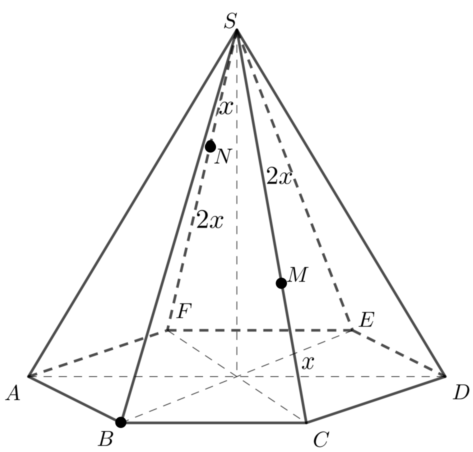

Через точки $M, A, N$

8.



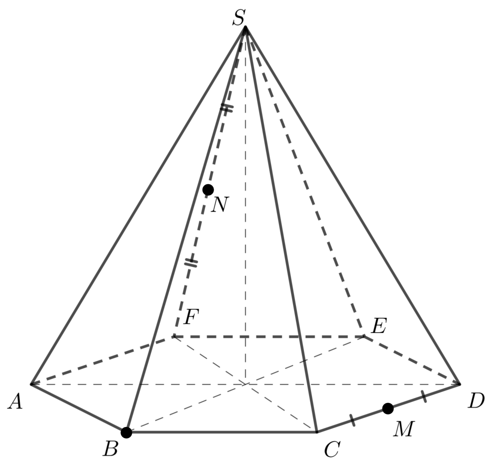

Через точки $M, A, C$

9.




Через точки $B, N, M$

10.

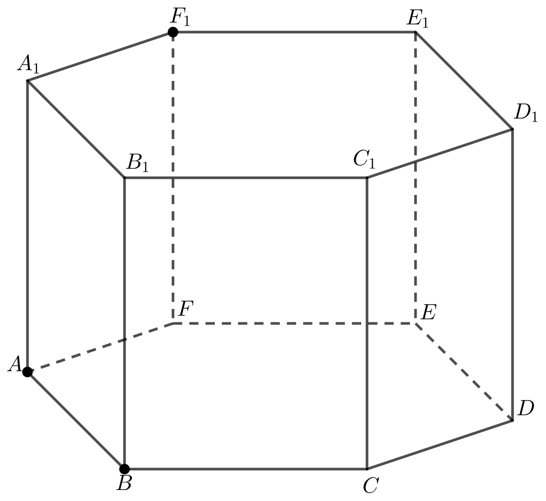



Через точки $B, M, N$

### Задание 2

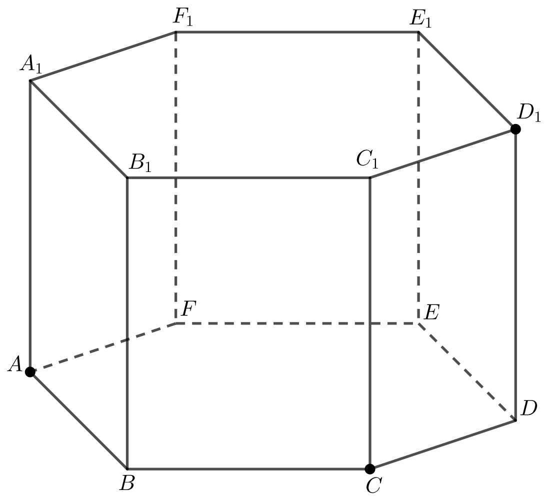
Постройте сечение

1.



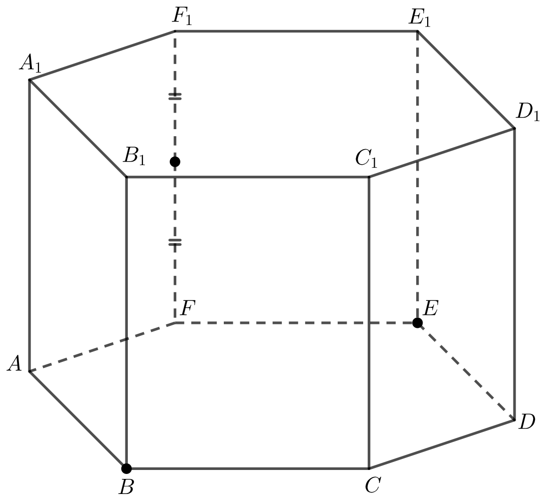

Через точки $A$, $B$ и $F_1$

2.



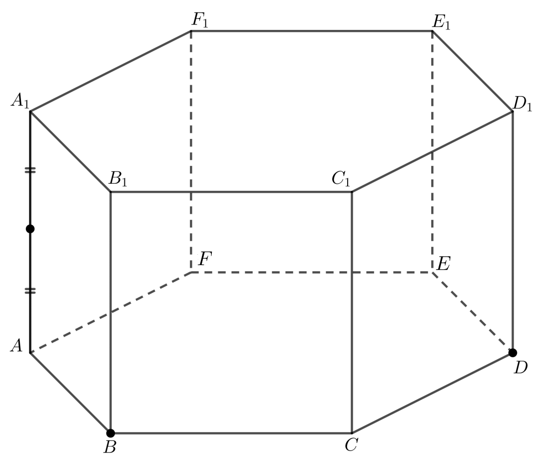

Через точки $A, C$ и $D_1$

3.



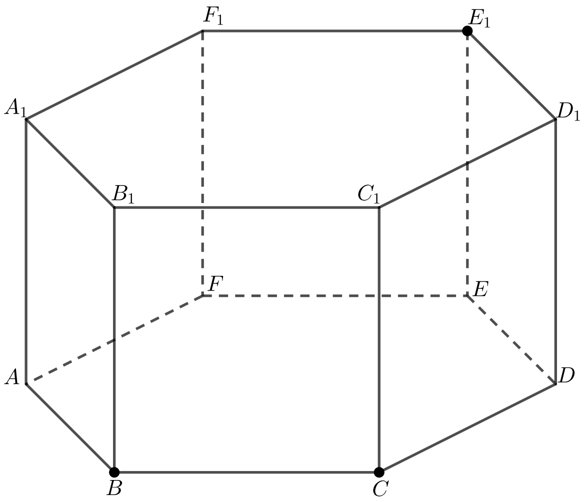

Через точки $B$, $E$ и середину ребра $FF_1$

4.



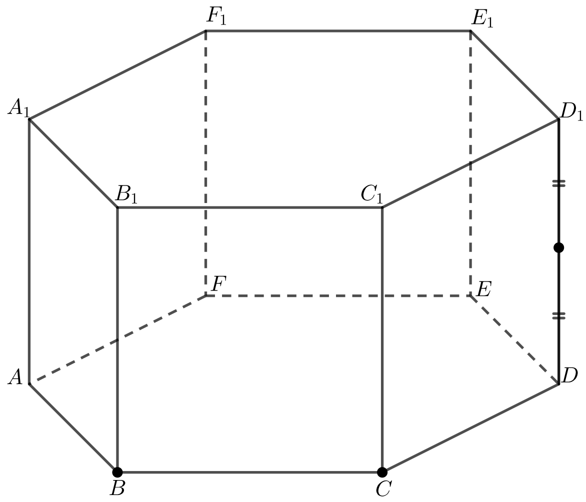

Через точки $B$, $D$ и середину ребра $AA_1$

5.



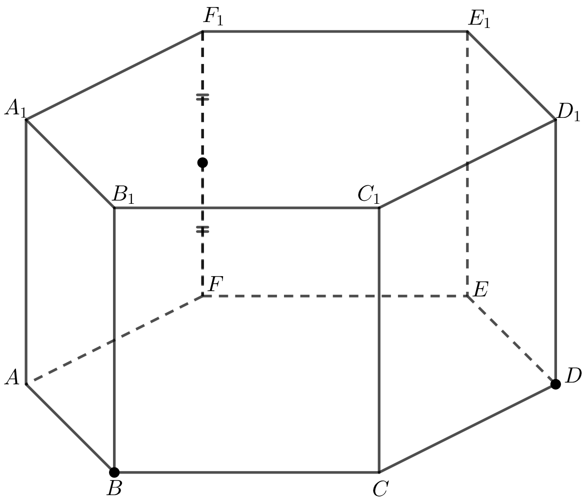

Через точки $B, C$ и $E_1$

6.




Через точки $B, C$ и середину ребра $DD_1$

7.

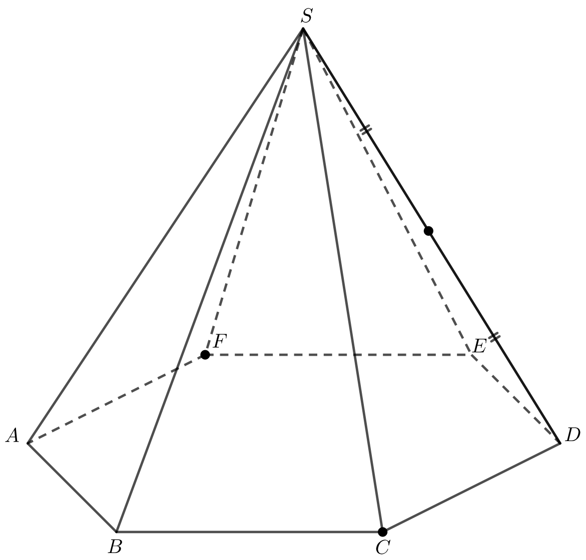



Через точки $B, D$ и середину ребра $FF_1$

**Задание 3**

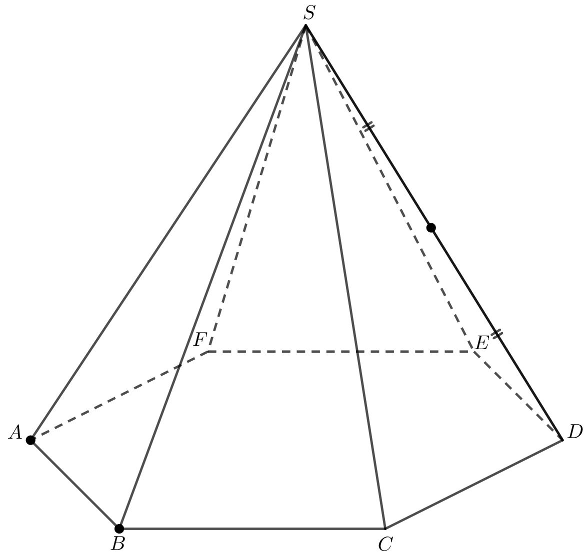
Постройте сечение

1.



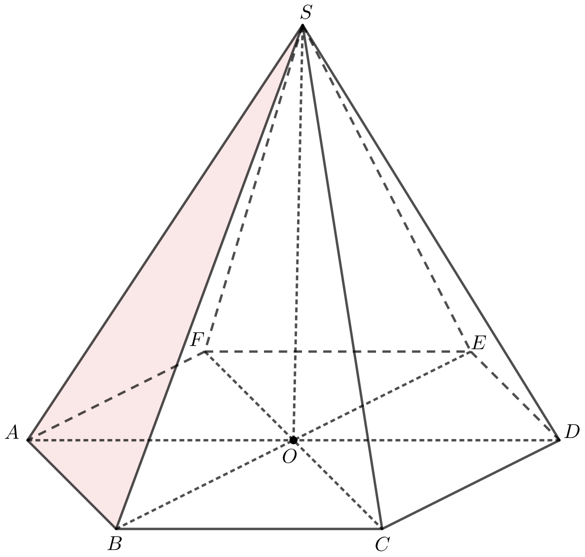

Через точки $F$, $C$ и середину ребра $SD$

2.



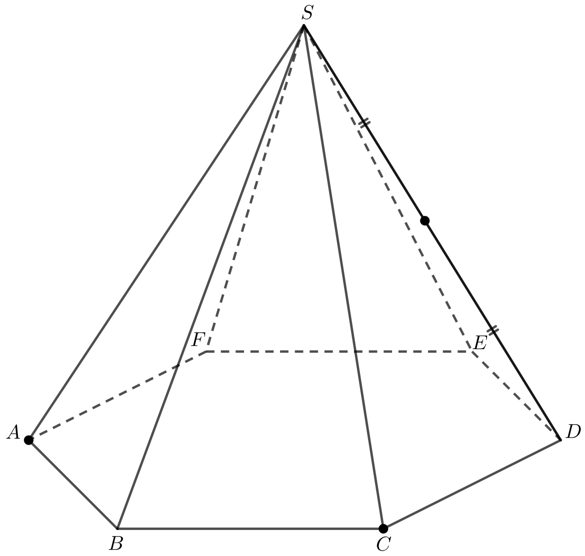

Через точки $A, B$ и середину ребра $SD$

3.



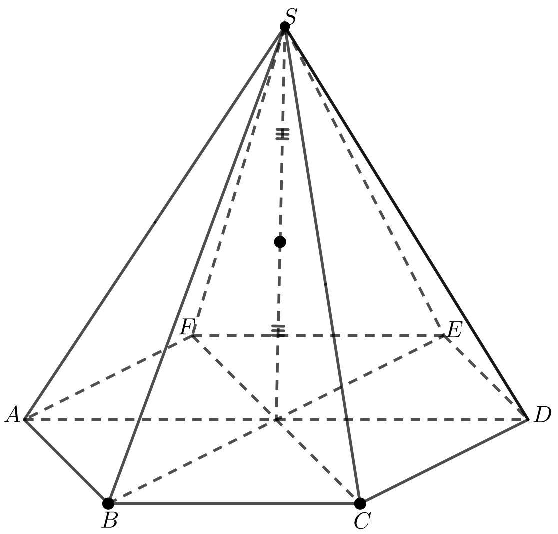

Через точку $O$ и $||$ плоскости $ABS$

4.



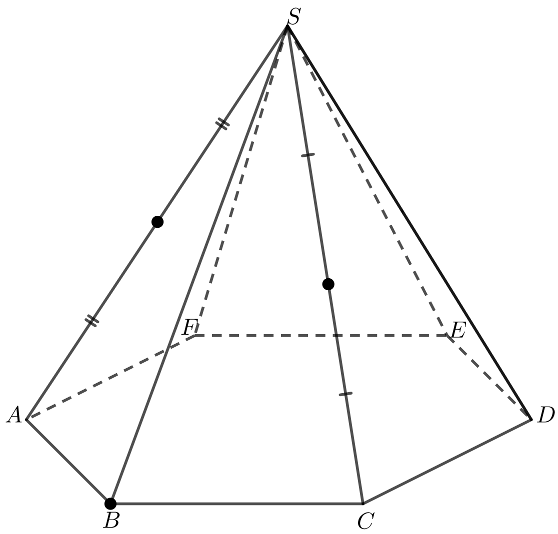

Через точки $A$, $C$ и середину ребра $SD$

5.




Через точки $B, C$ и середину высоты пирамиды

6.



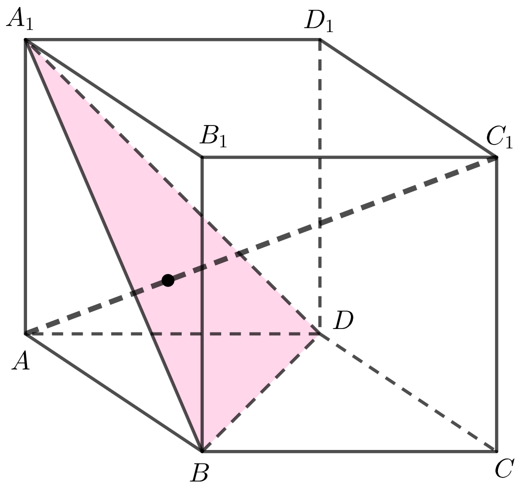

Через точку $B$ и середины рёбер $SC$ и $SA$

# 13 Отрезок, делящийся плоскостью

$\Longrightarrow$ Теория и пример решения

**▶ Пример 1.**

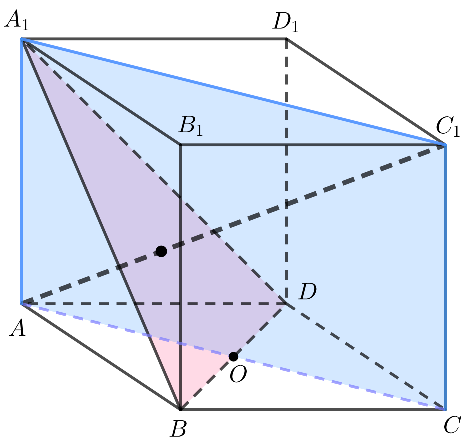
$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. В каком отношении плоскость $(A_1BD)$ делит отрезок $AC_1$?



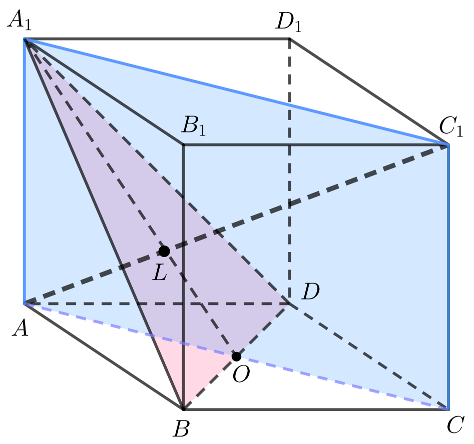

Решение:

1. Построим точку пересечения отрезка и плоскости.

   Для этого поместим $AC_1$ в какую-нибудь плоскость. Хорошо подойдёт $(AA_1C_1C)$.




2. Плоскости $(A_1C_1C)$ и $(A_1BD)$ имеют две общие точки:
   - Точка $A_1$;
   - Точка $O = AC \cap BD$.
3. $O$ – середина $AC$.
4. Значит $A_1O$ – линия пересечения $AA_1C_1C$ и $A_1BD$.

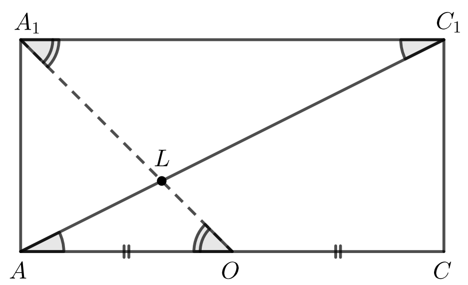



Прямые $A_1O$ и $AC_1$ лежат в одной плоскости и не параллельны. Значит они пересекаются.

Пусть $L$ их точка пересечения.

Тогда мы ищем отношение $\dfrac{AL}{LC_1}$.

5. Сделаем выносной чертёж на плоскость $AA_1C_1C$.




Вспомним, что $O$ – середина $AC$.

$\triangle ALO \sim \triangle C_1LA_1$ по 2 углам:

· $\angle LA_1C_1 = \angle LOA$, как накрест лежащие.

· $\angle LC_1A_1 = \angle LAO$, как накрест лежащие.

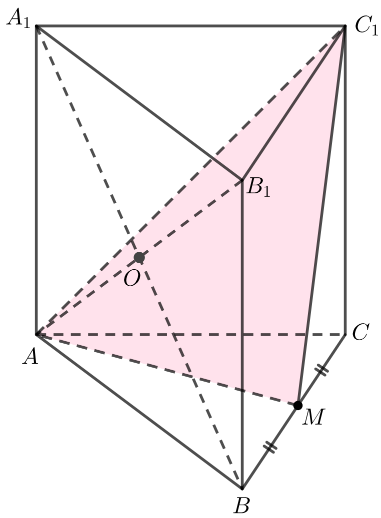
$$\frac{AL}{LC_1} = \frac{AO}{A_1C_1} = \frac{1}{2}.$$

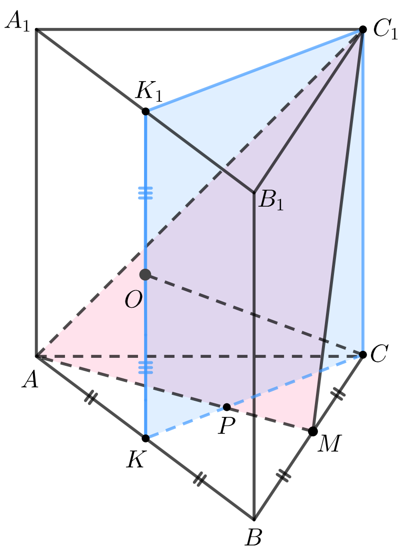
**Сформулируем алгоритм**:

1. Построить плоскость, в которой содержится данный отрезок $(AA_1C_1C)$;
2. Найти общие точки исходной плоскости и построенной $(A_1, O)$;
3. Определить положение этих точек внутри построенной плоскости $(AO = OC)$;
4. Построить линию пересечения плоскостей $(A_1O)$ и точку пересечения с прямой $(AC_1 \cap A_1O = L)$;
5. Сделать выносной чертёж построенной в пункте 1 плоскости и найти в нём искомое отношение.

▶ **Пример 2.**

$ABCA_1B_1C_1$ – правильная треугольная призма. В каком отношении плоскость $(AC_1M)$ делит $CO$?

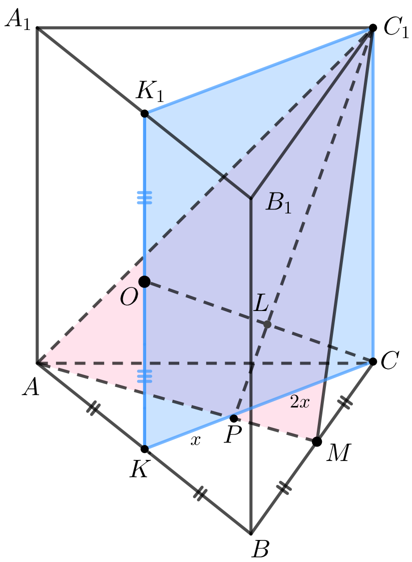



Решение:

1. Пусть $K$ – середина $AB$, $K_1$ – середина $A_1B_1$. Точка $O$ – середина $KK_1$, $OC \subset (KK_1C_1C)$.

2. Плоскости $(AMC_1)$ и $(KK_1C_1C)$ имеют общие точку $C_1$ и точку $P$ – точку пересечения $AM$ и $CK$.




3. $AM$ и $CP$ – медианы $\triangle ABC$, тогда по теореме о точке пересечения медиан:

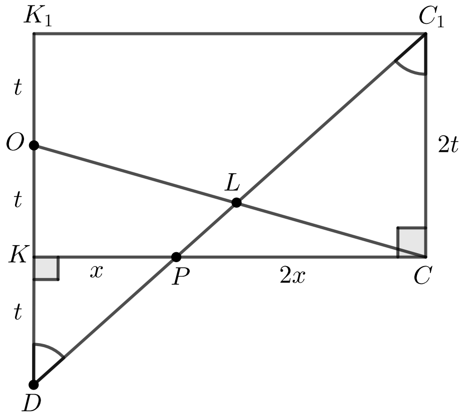
$$\frac{CP}{PK} = \frac{2}{1}$$

$$(AMC_1) \cap (KK_1C_1C) = C_1P$$

$$C_1P \cap CO = L$$

$\dfrac{OL}{LC}$ – искомое отношение.

4. Сделаем выносной чертёж на плоскость $CC_1K_1K$.




Прямая $C_1P$ пересекает $KK_1$ в точке $D$.

$\triangle KPD \sim \triangle CPC_1$ (по 2 углам)

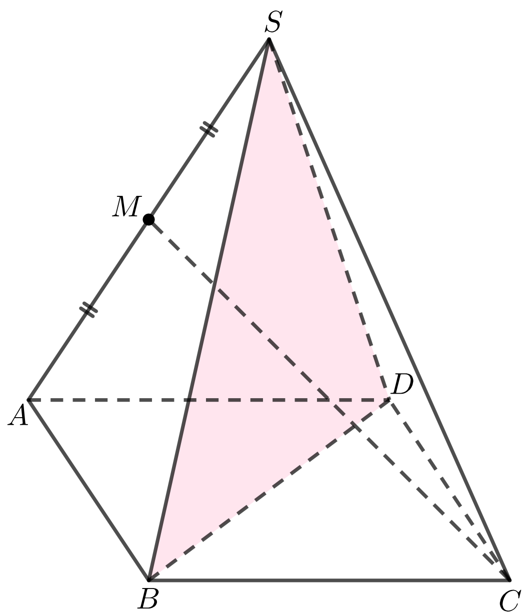
Тогда:

$$\frac{KD}{CC_1} = \frac{KP}{PC} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$KD = t$, $CC_1 = 2t$

$\triangle OLD = \triangle CLC_1$ (по 2 признаку) $\Rightarrow OL = LC \Rightarrow \dfrac{OL}{LC} = 1$

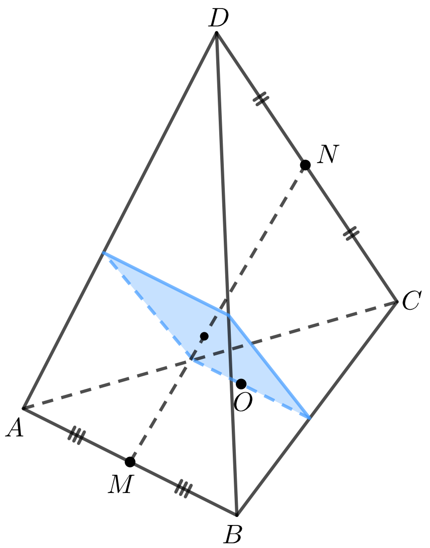
**Решите сами.** $SABCD$ – правильная четырёхугольная пирамида. Точка $M$ – середина $AS$. В каком отношении плоскость $SBD$ делит отрезок $MC$?



## Задачи для самостоятельного решения

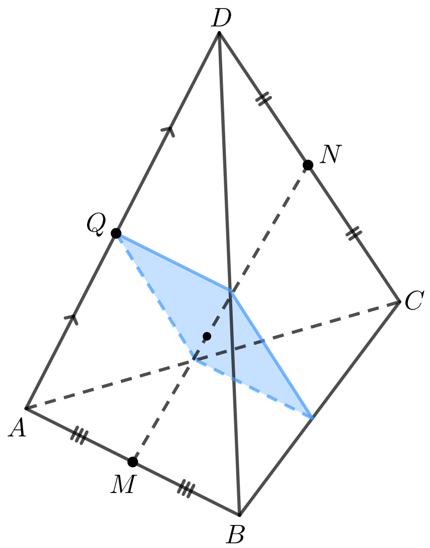
**Задание 1** Найдите, в каком отношении выделенная плоскость делит отрезок.

1.



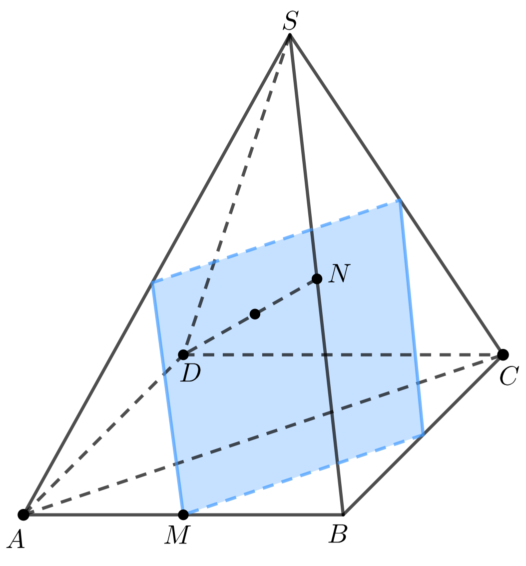

$O$ – точка пересечения медиан
Сечение $||AB$ и $||CD$
Отрезок $MN$

2.



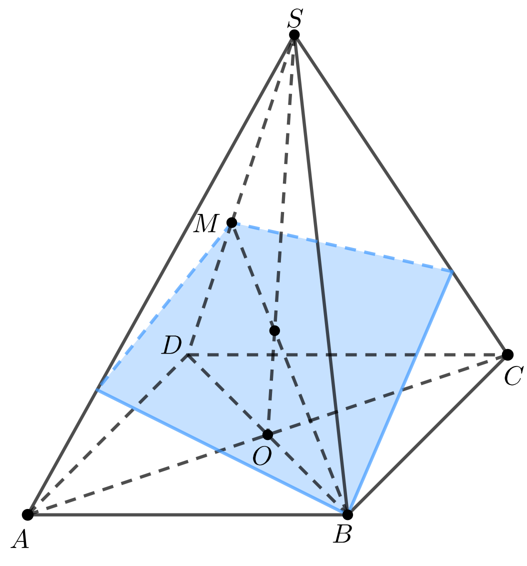

Сечение через $Q$, $||AB$ и $||CD$
Отрезок $MN$

3.



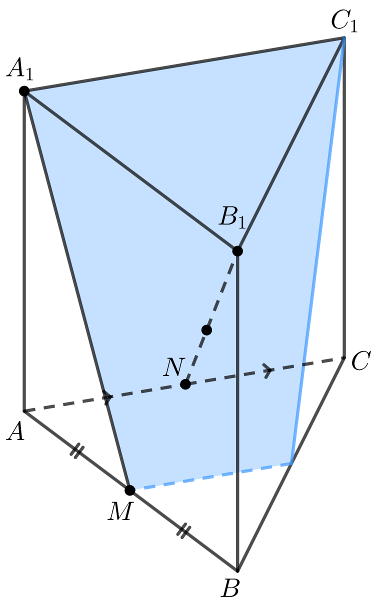

$ABCD$ – параллелограмм
Сечение $||AC$ и $||SB$
Отрезок $DN$

4.



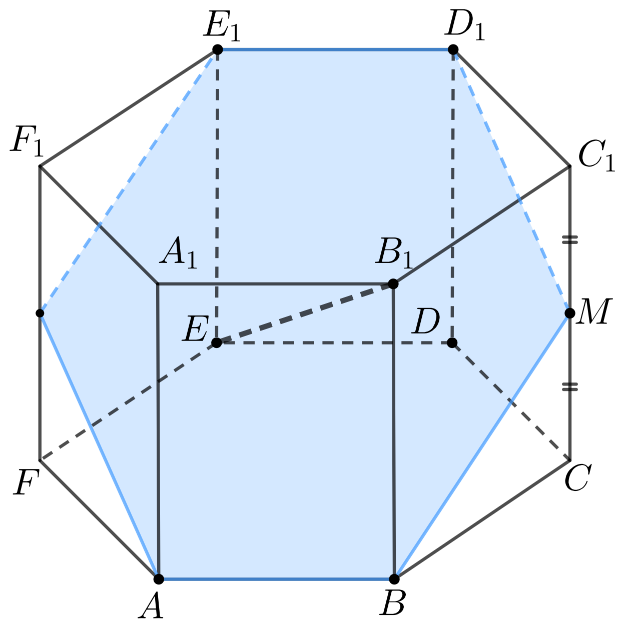

$ABCD$ – параллелограмм
Сечение через $BM$ и $||AC$
Отрезок $SO$

5.



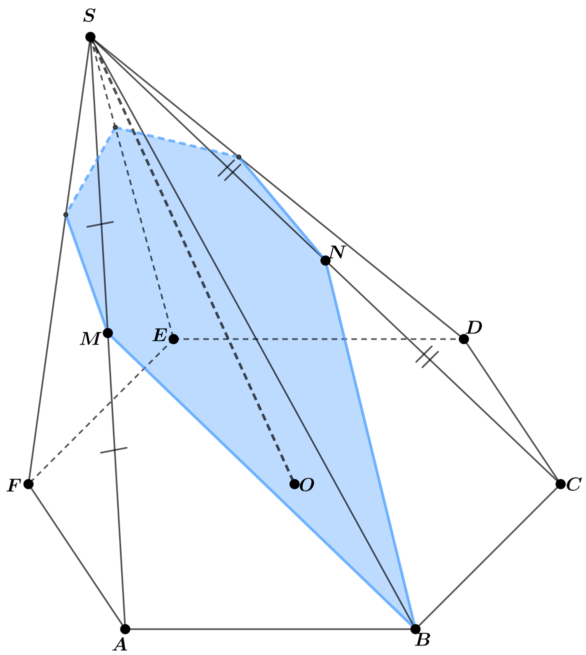

Сечение через $A_1M$ и $||AC$
Отрезок $B_1N$

6.



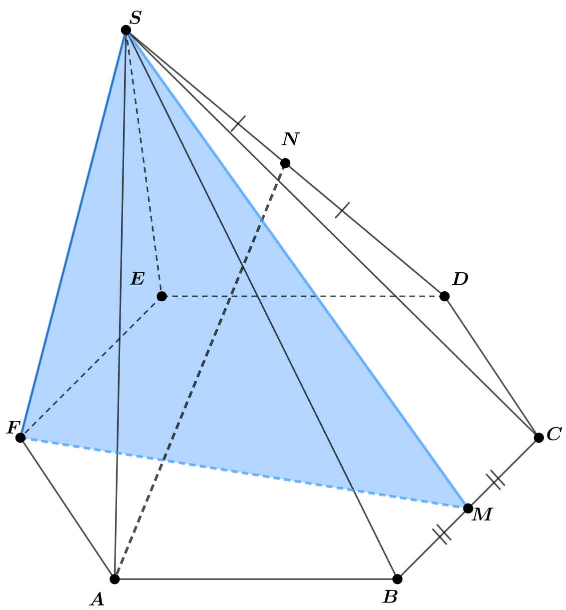

Плоскость $D_1ME_1$
Отрезок $EB_1$

7.




Сечение через точки $N$, $M$ и $B$
Отрезок $SO$

8.



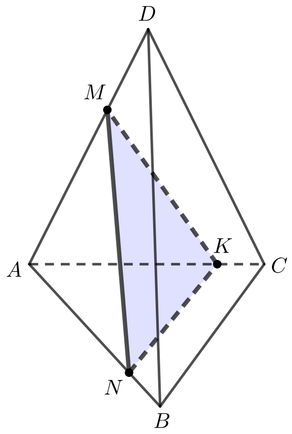

Плоскость $FSM$
Отрезок $AN$

# Ответы

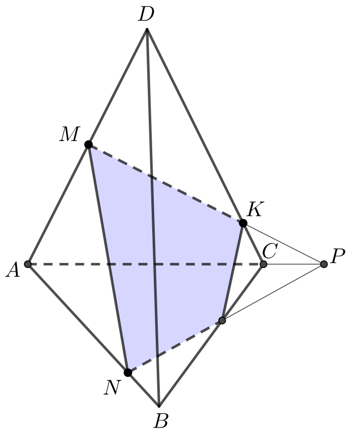
## Треугольная пирамида

### Задачи из видео для тренировки

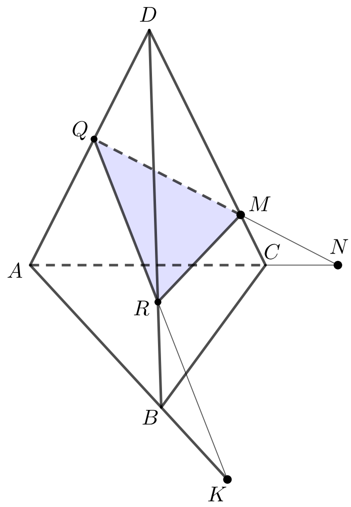
1.




2.

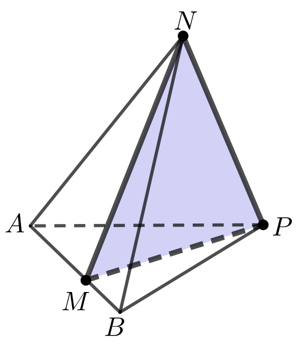



3.

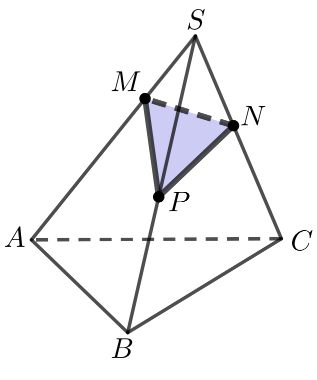



### Задание 1

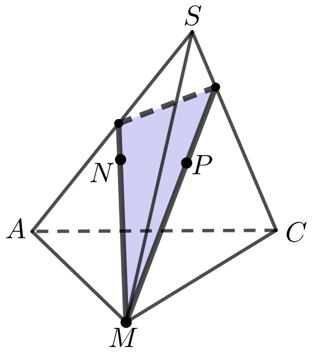
1.



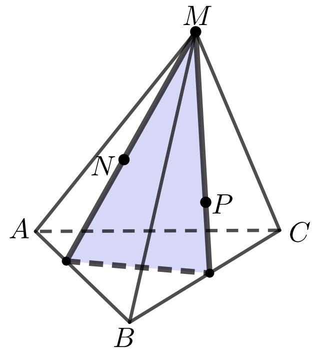

2.



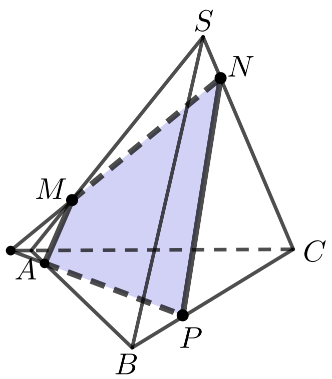
3.



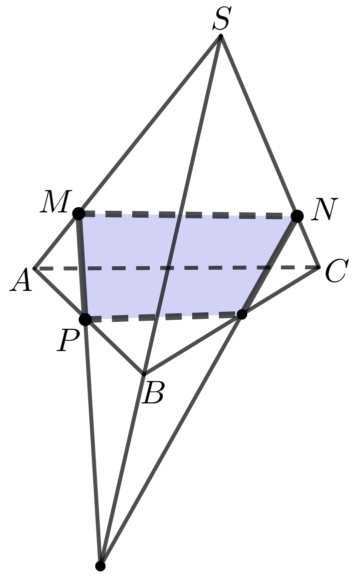

4.



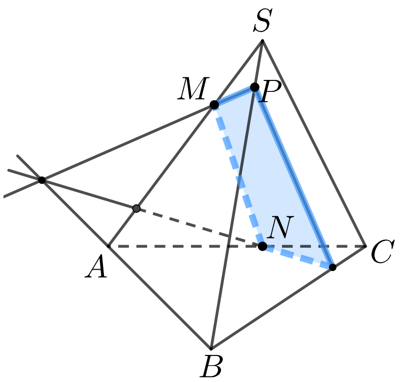

5.



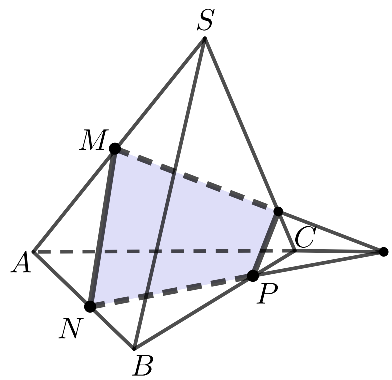

6.



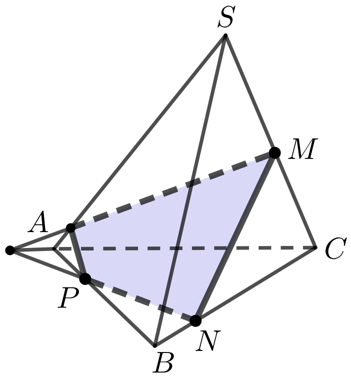

7.




8.

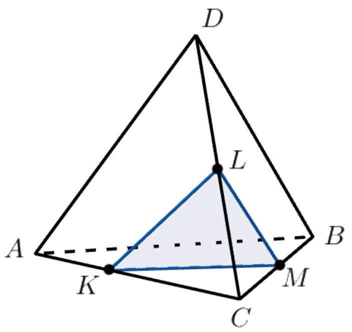


9.

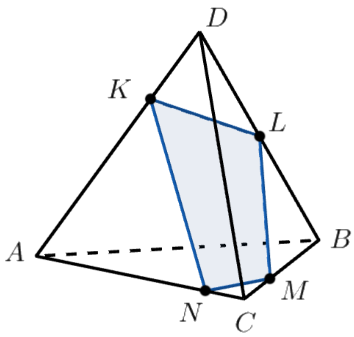



## Задание 2

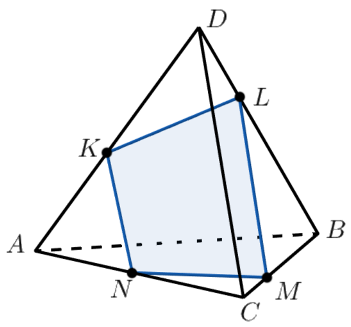
1.



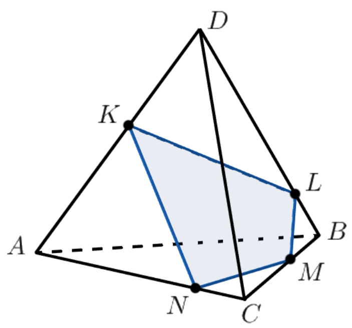

2.



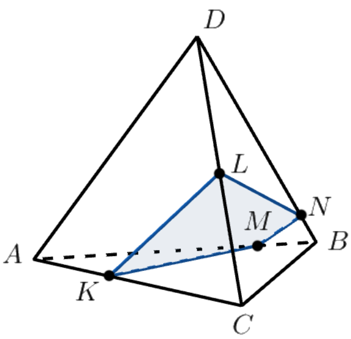

3.



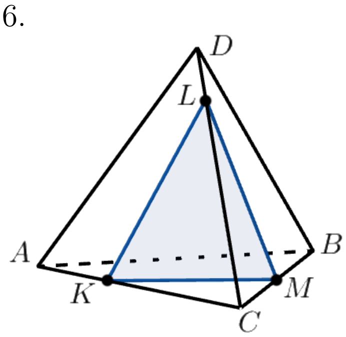

4.



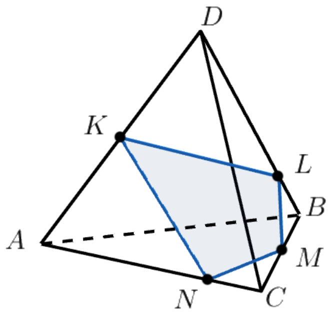

5.



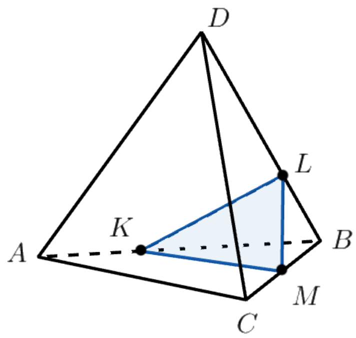

6.



7.

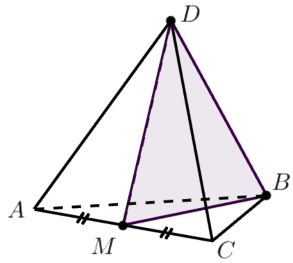



8.

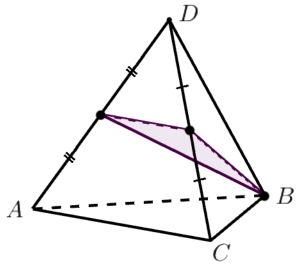



## Задание 3

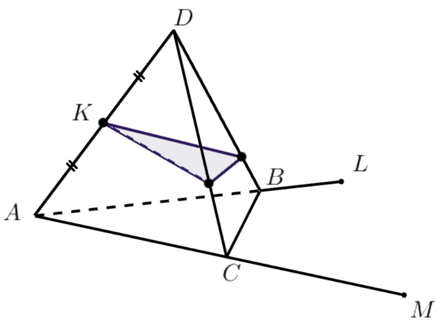
1.



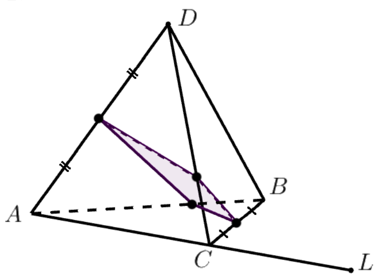

2.



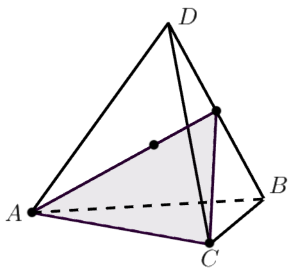

3.



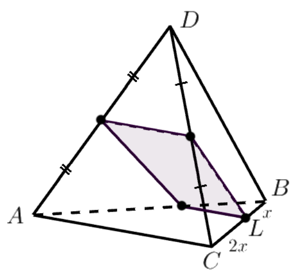

4.



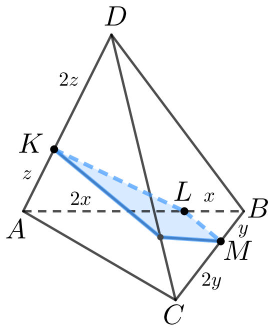

5.




6.



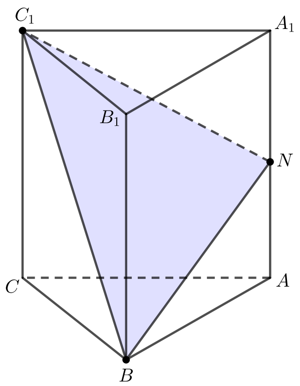
7.



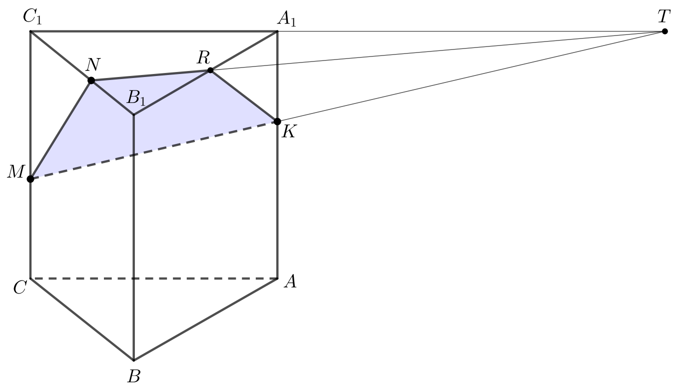

## Треугольная призма

### Задачи из видео для тренировки

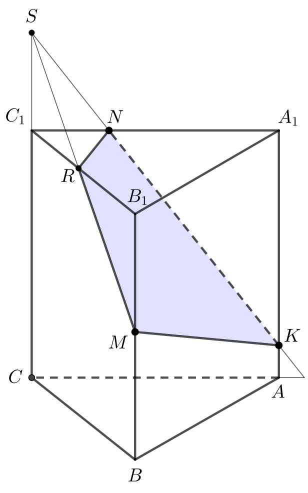
1.



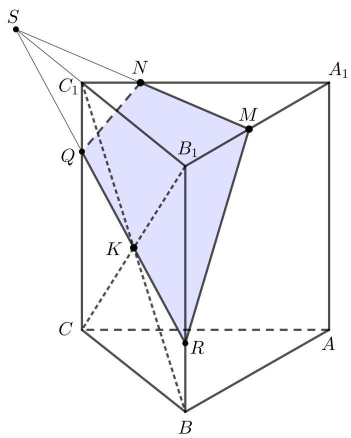

2.



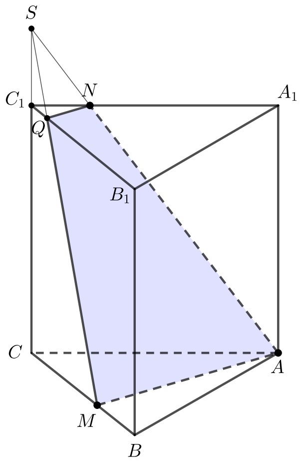

3.




4.

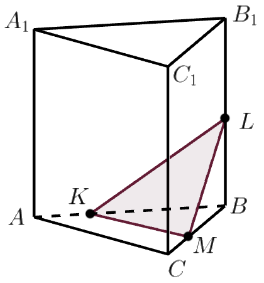



5.

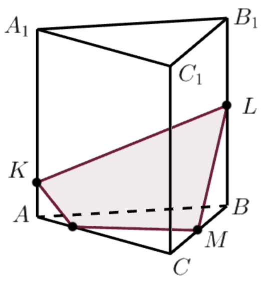

S
N
$C_1$
$A_1$
Q
$B_1$
C
A
M
B

## Задание 1

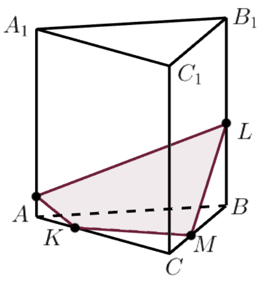
1.



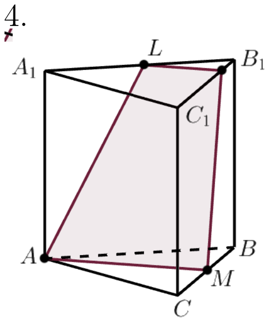

2.



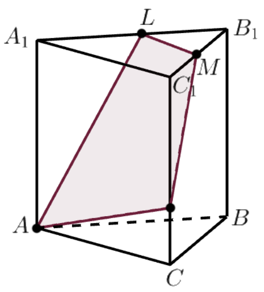

3.



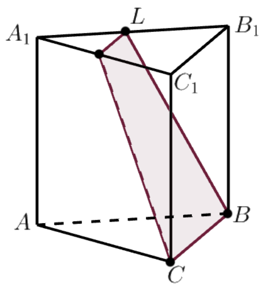

4.



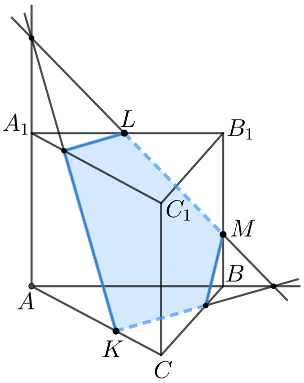

5.



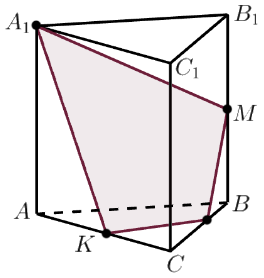

6.



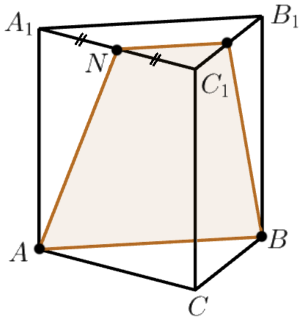

7.




8.

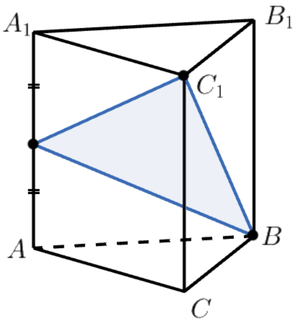


9.

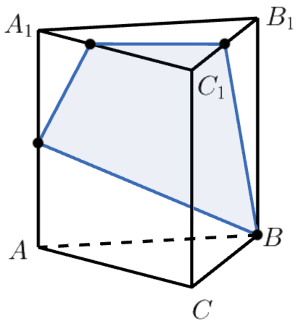



**Задание 2**

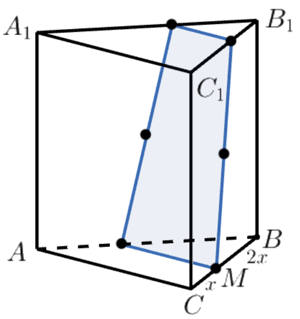
а)



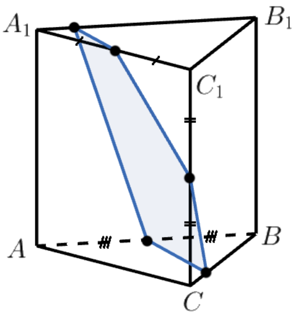

б)



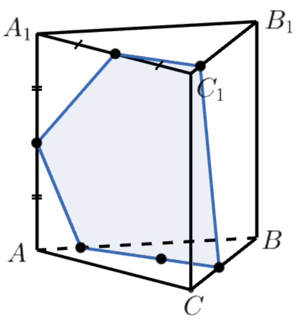

в)



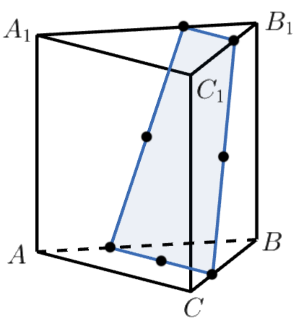

г)




д)



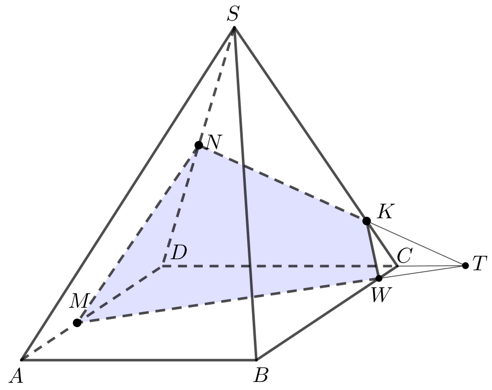

е)



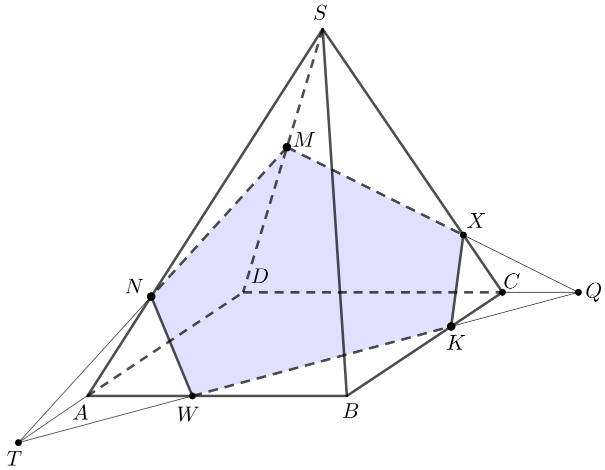
## Четырёхугольная пирамида

### Задачи из видео для тренировки

1.

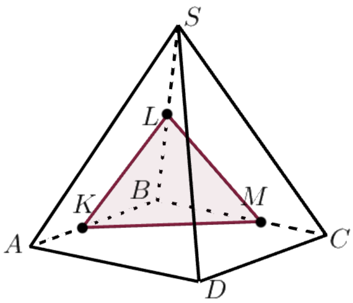



2.

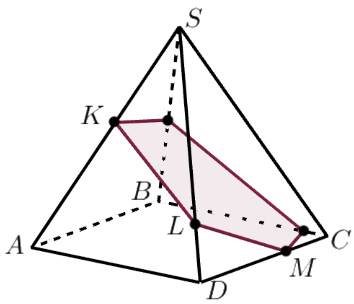



### Задание 1

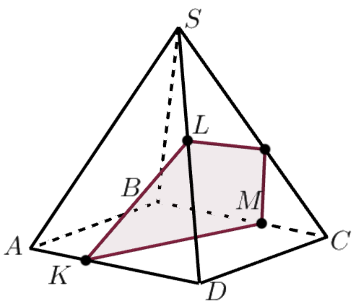
1.



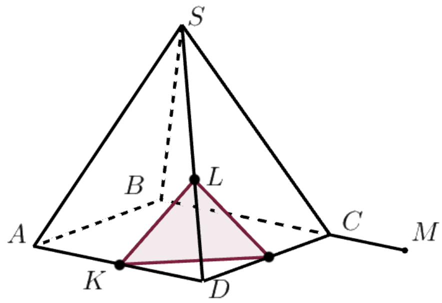

2.



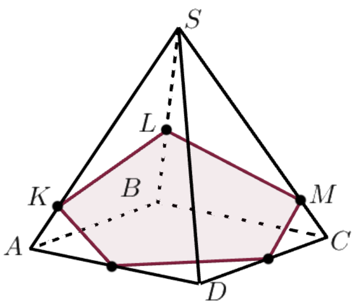

3.



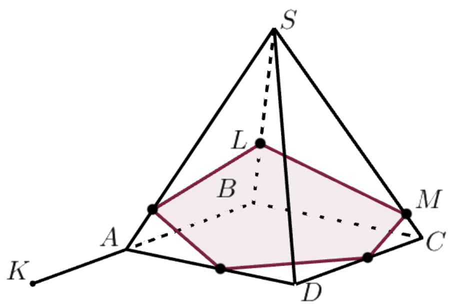

4.




5.

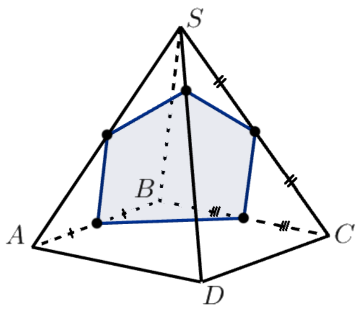



6.

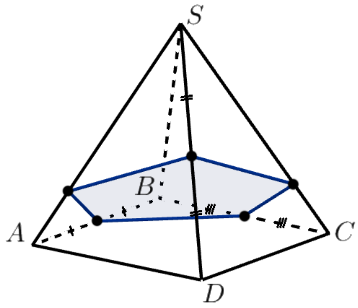


### Задание 2

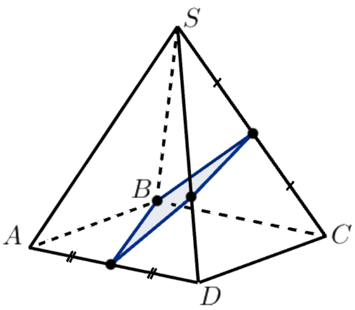
а)



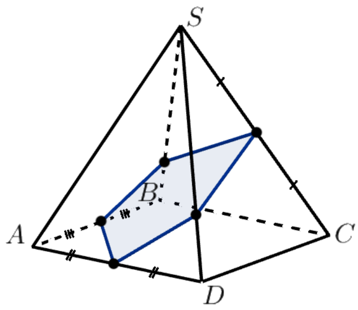

б)



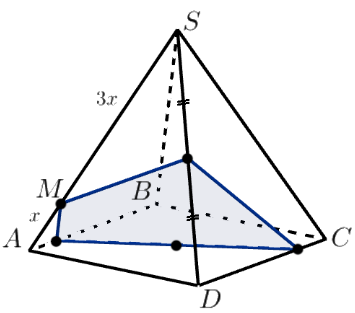

в)




г)



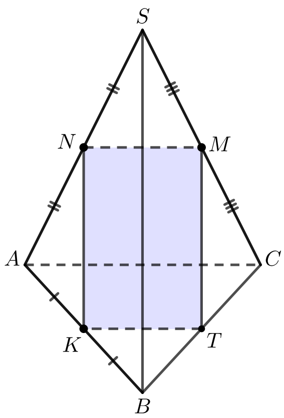

д)



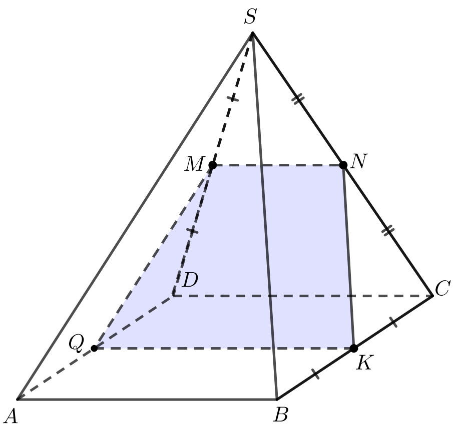

## Теорема о трёх плоскостях

### Задачи из видео для тренировки

1.

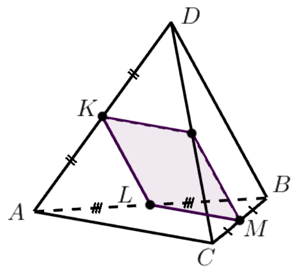



2.

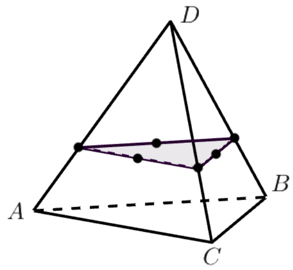


Задание

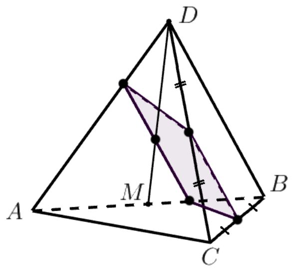
а)



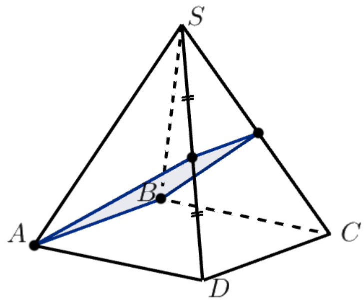

б)



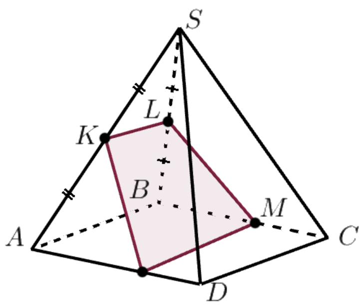

в)



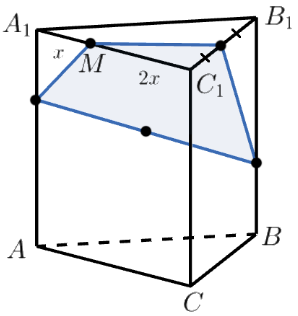

г)




д)



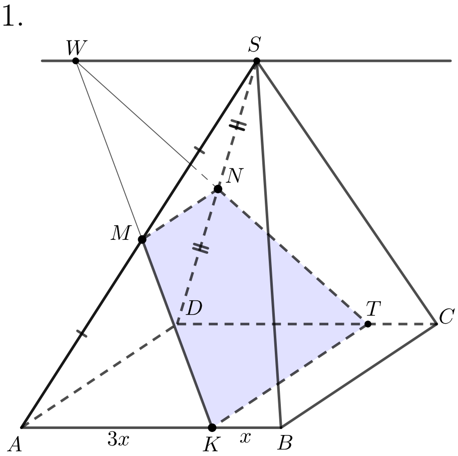

е)




# Теорема о пересечении боковых граней правильной четырёхугольной пирамиды

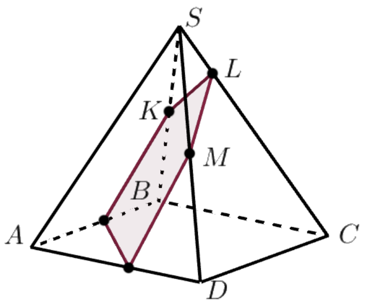
## Задачи из видео для тренировки

1.

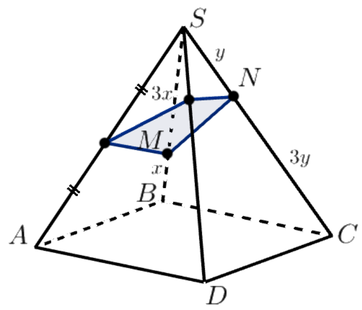


Задание

а)



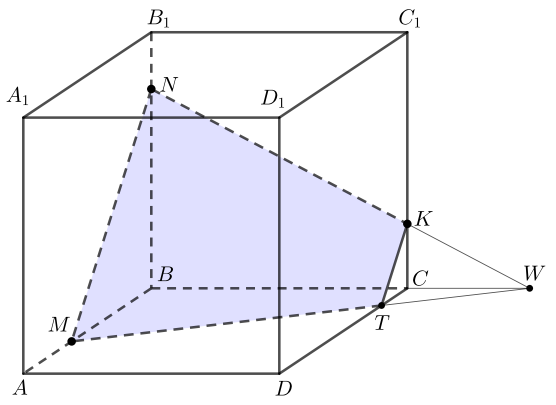

б)



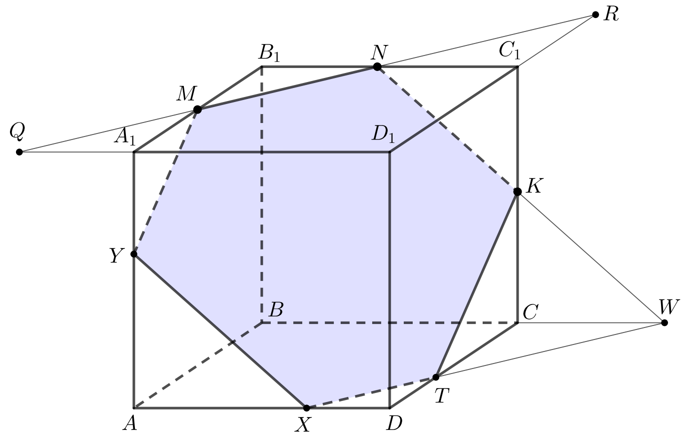
# Куб

## Задачи из видео для тренировки

1.



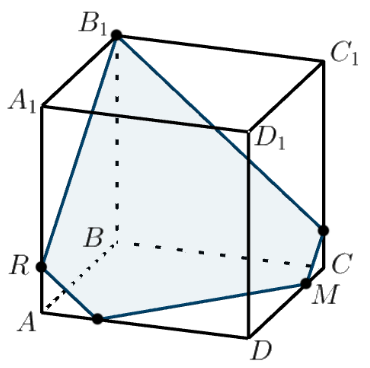

2.



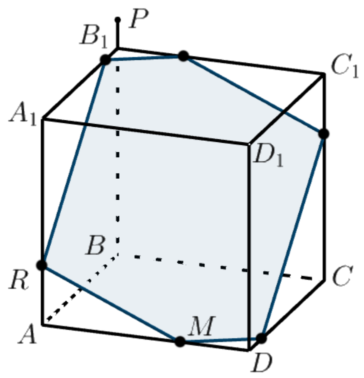

## Задачи для самостоятельного решения

### Задание 2

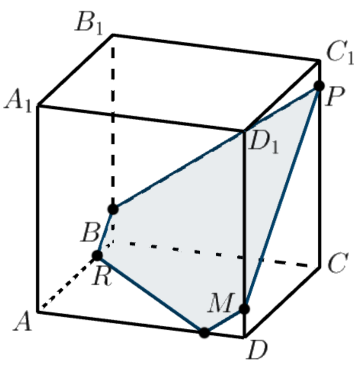
1.



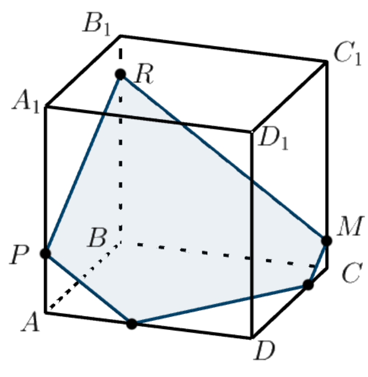

2.



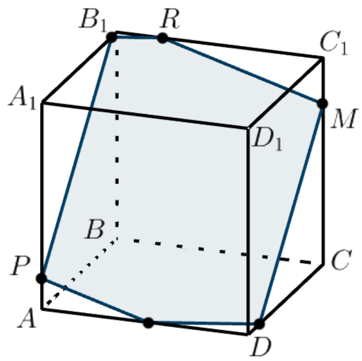

3.



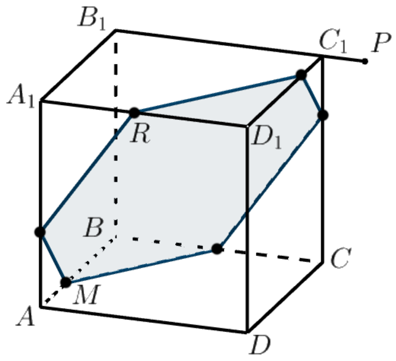

4.



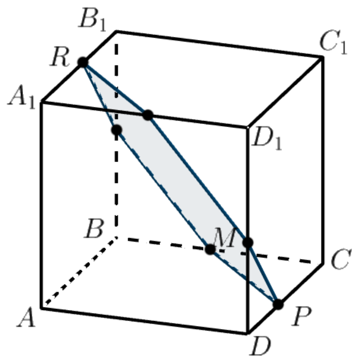
5.




6.

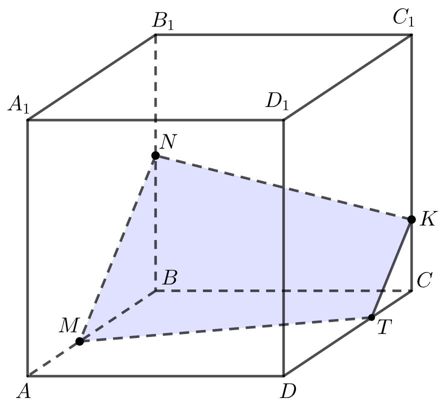



7.

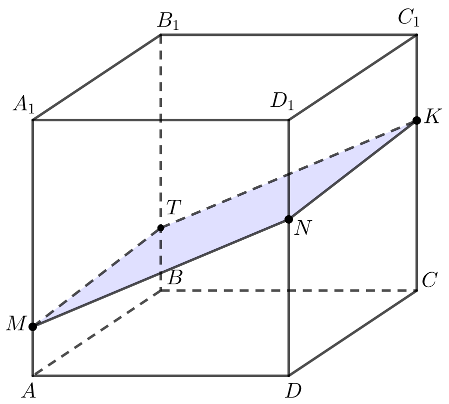



**Задачи из видео для тренировки (после теоремы)**

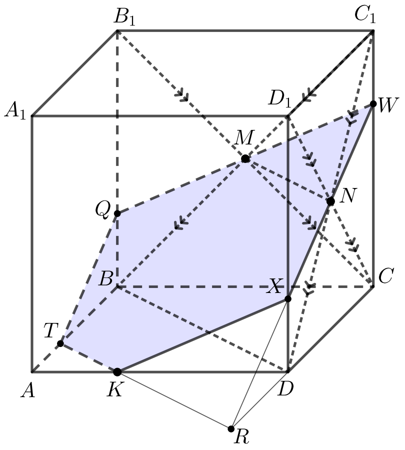
1.




2.

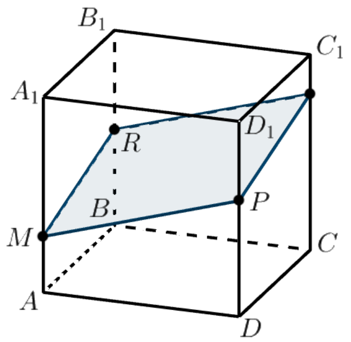


3.

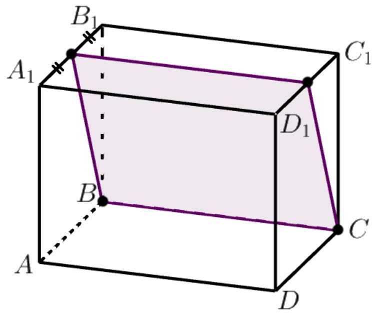



**Задание 4**

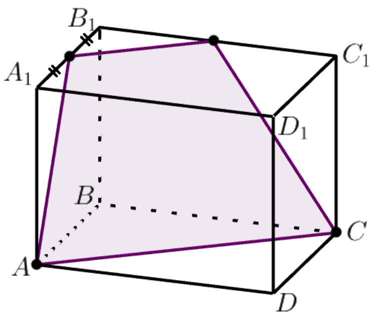
а)



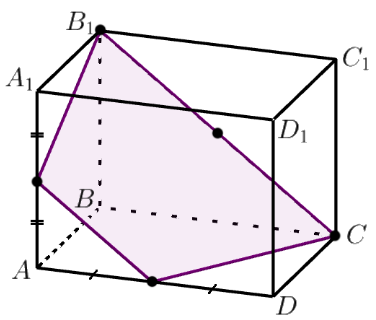

б)



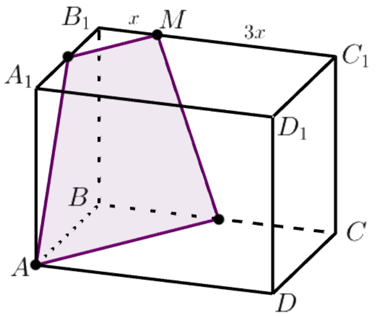

в)




г)



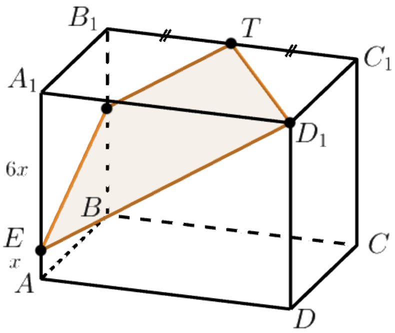

д)



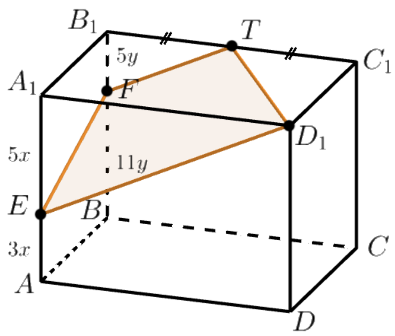
## Четырёхугольная призма

### Задание 1

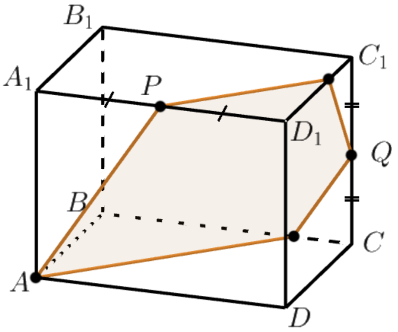
1.




2.

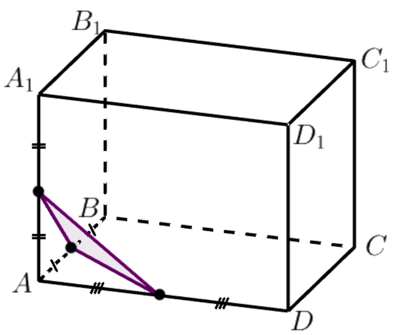



3.

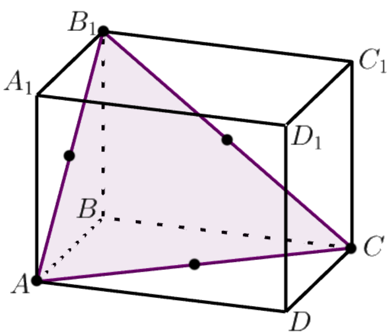



### Задание 2

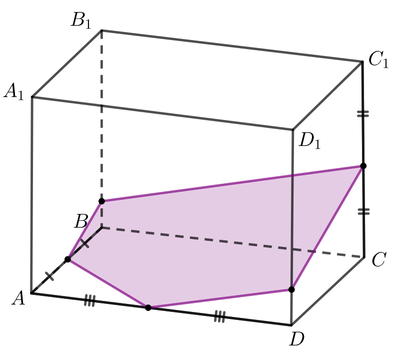
а)



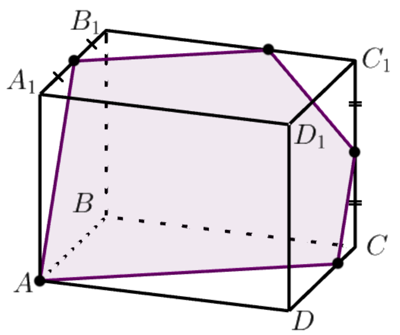

б)



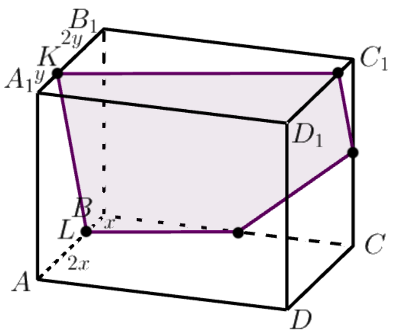

в)



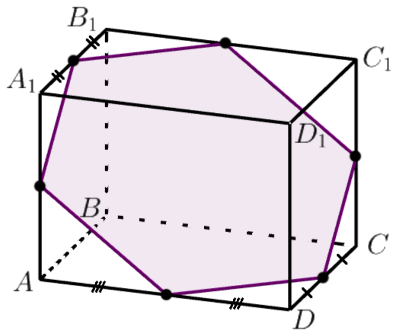

г)



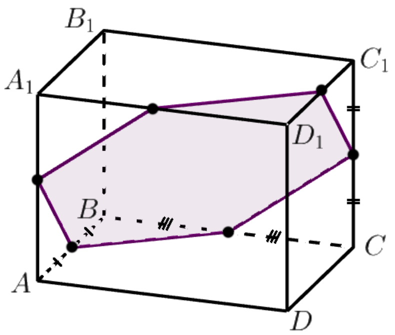
д)


$B_1$
$2y$
$K$
$A_1$
$y$
$C_1$
$D_1$
$B$
$x$
$L$
$2x$
$C$
$A$
$D$

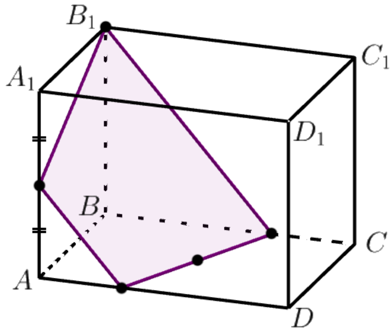
е)


$B_1$
$A_1$
$C_1$
$D_1$
$B$
$C$
$A$
$D$

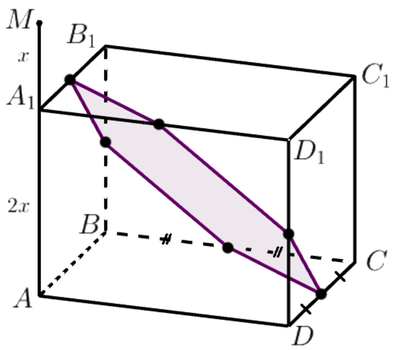
ж)


$B_1$
$A_1$
$C_1$
$D_1$
$B$
$C$
$A$
$D$

з)


$B_1$
$A_1$
$C_1$
$D_1$
$B$
$C$
$A$
$D$

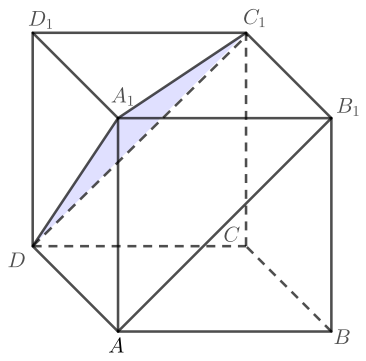
и)


$M$
$x$
$B_1$
$A_1$
$C_1$
$D_1$
$2x$
$B$
$C$
$A$
$D$

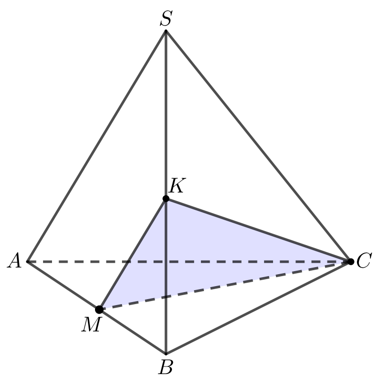
## Сечение с условием параллельности

### Задачи из видео для тренировки

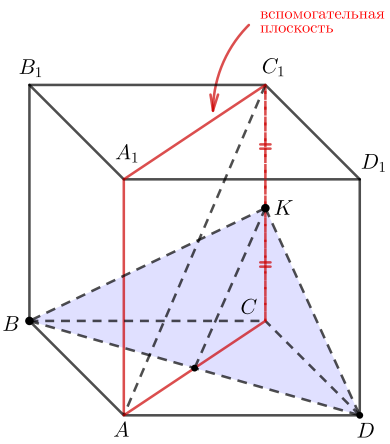
1.



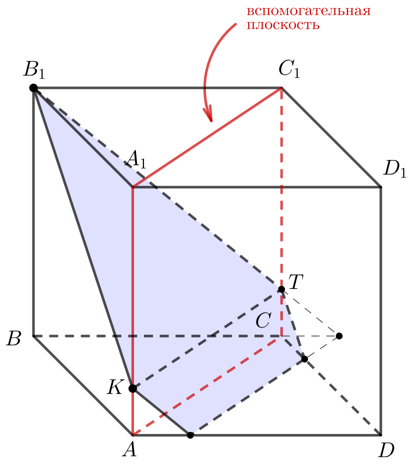

2.



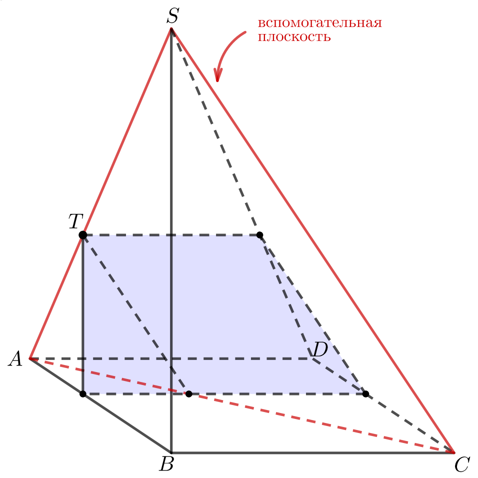

3.




4.

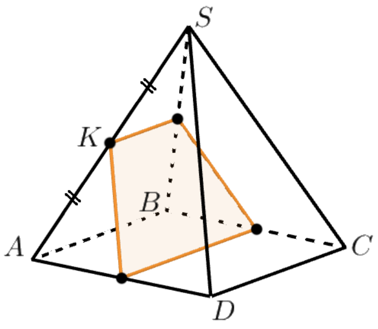



5.

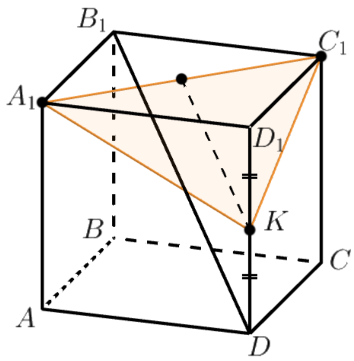


## Задание 1

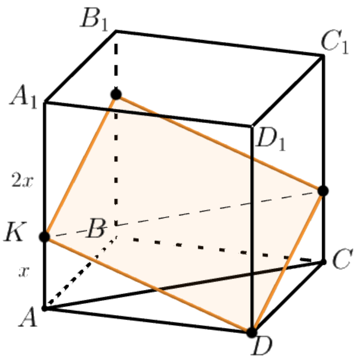
1.



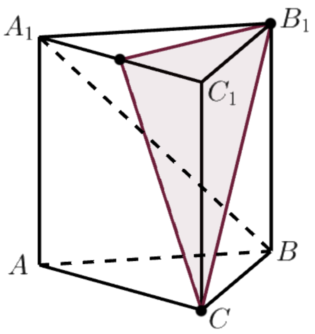

2.



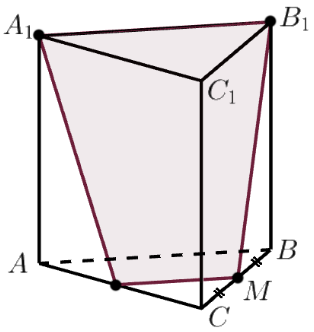

3.



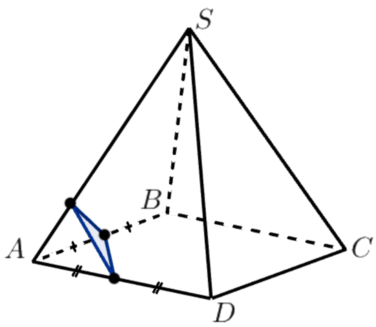

4.




5.



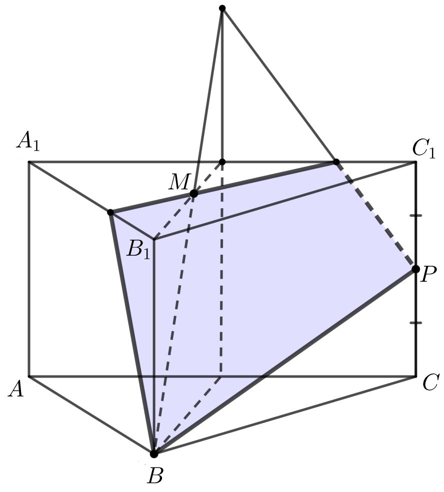

6.



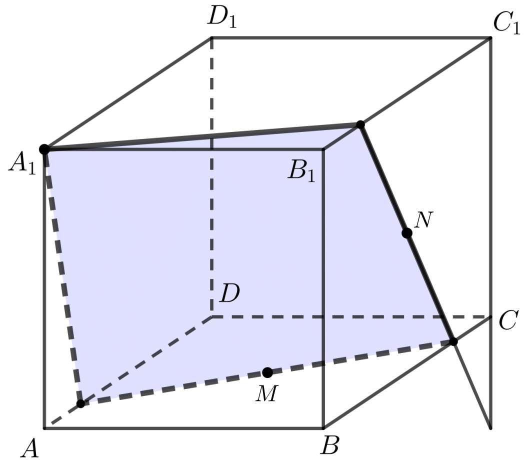
# Построение сечений с помощью дополнительных плоскостей

## Задание 1

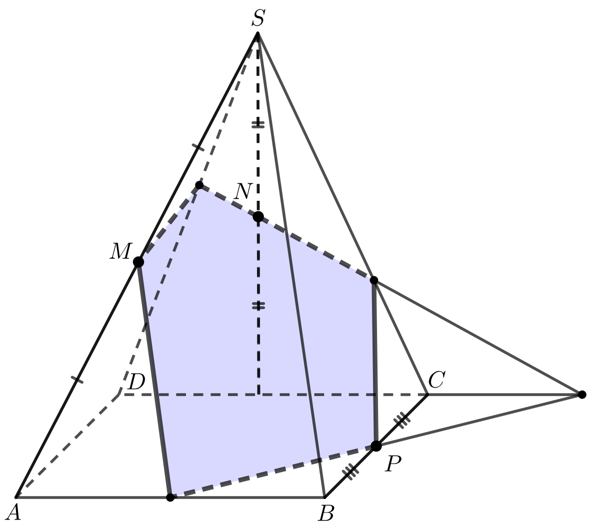
1.



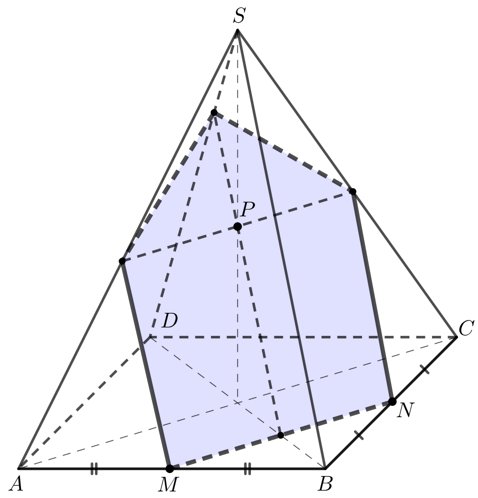

2.



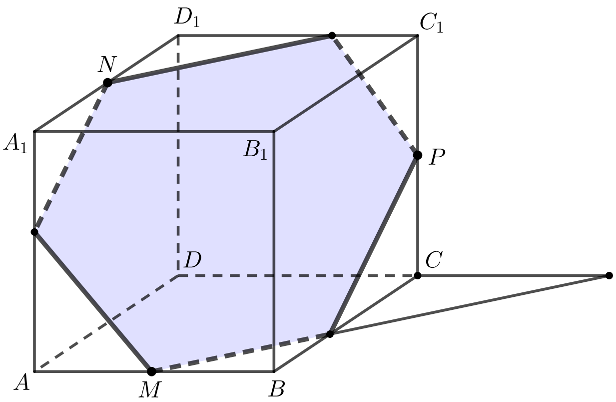

3.



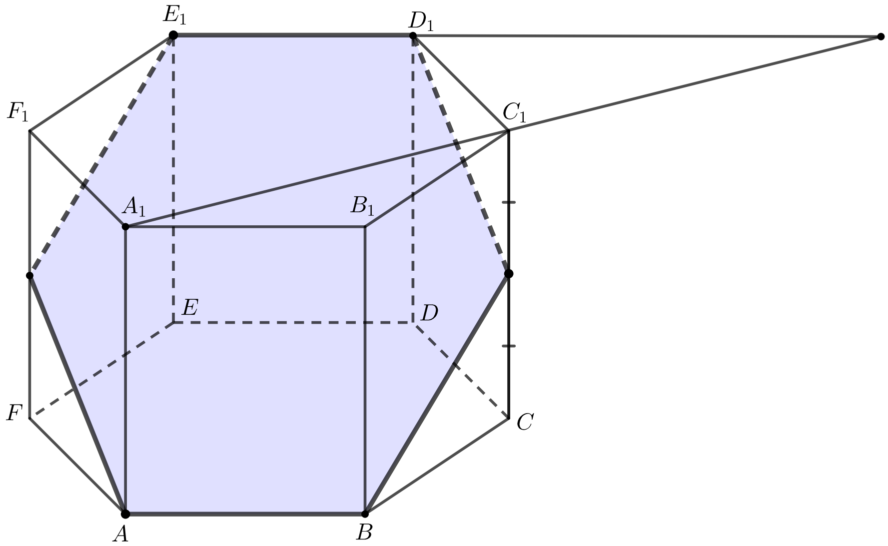

4.



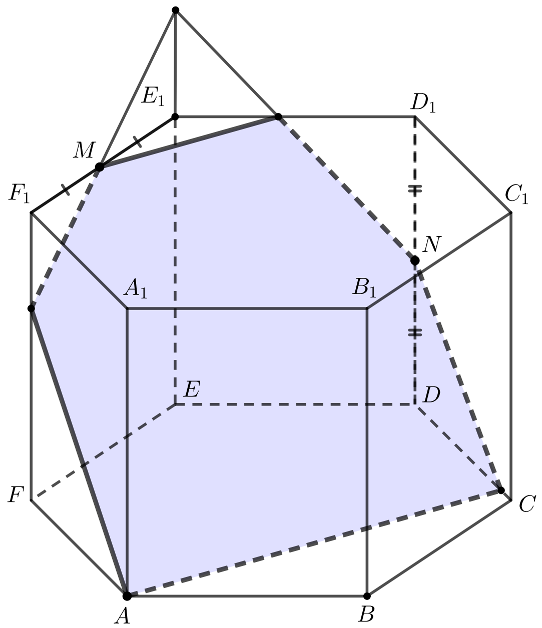

5.



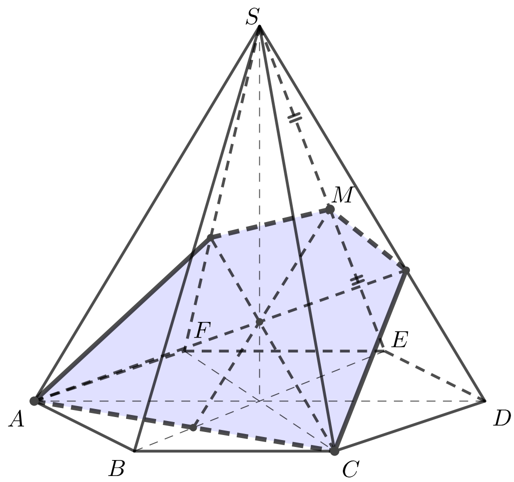
6.


$E_1$
$D_1$
$F_1$
$C_1$
$A_1$
$B_1$
$E$
$D$
$F$
$C$
$A$
$B$

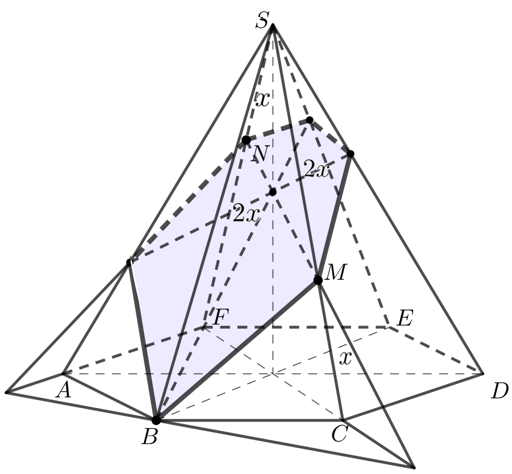
7.


$E_1$
$D_1$
$M$
$F_1$
$C_1$
$N$
$A_1$
$B_1$
$E$
$D$
$F$
$C$
$A$
$B$

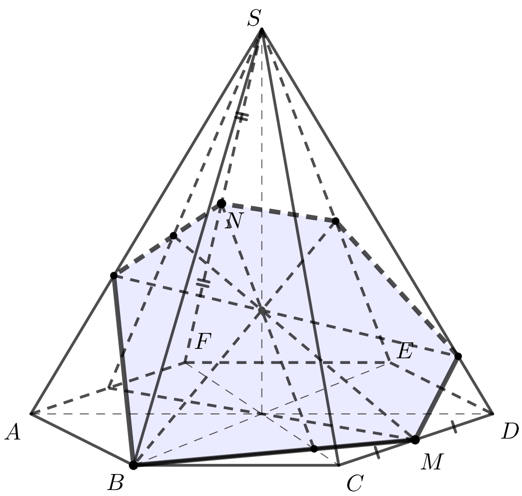
8.


$S$
$M$
$F$
$E$
$A$
$D$
$B$
$C$

9.

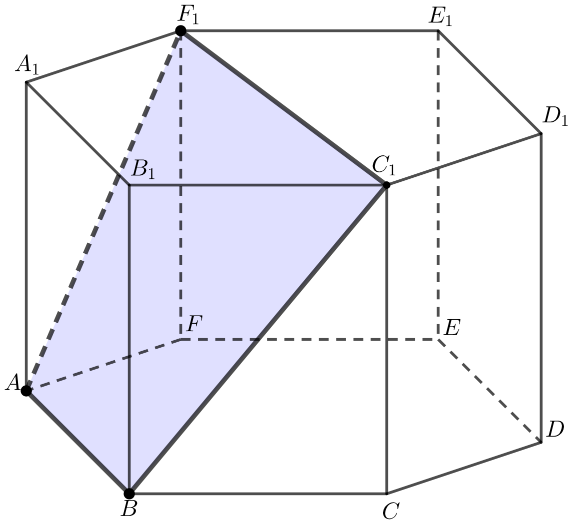

$S$
$x$
$N$
$2x$
$2x$
$M$
$F$
$E$
$x$
$A$
$D$
$B$
$C$

10.

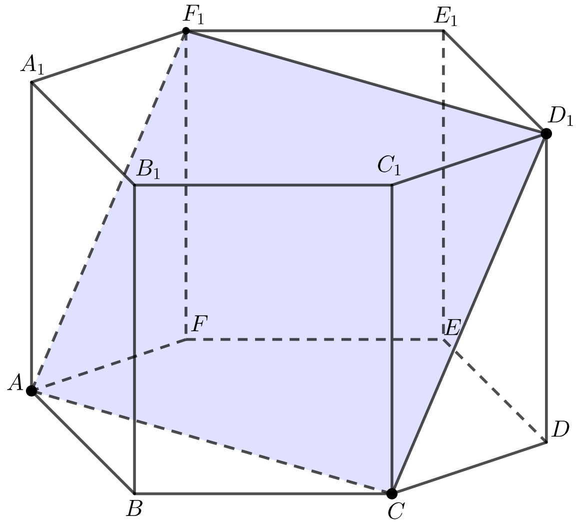

$S$
$N$
$F$
$E$
$A$
$D$
$M$
$B$
$C$

### Задание 2

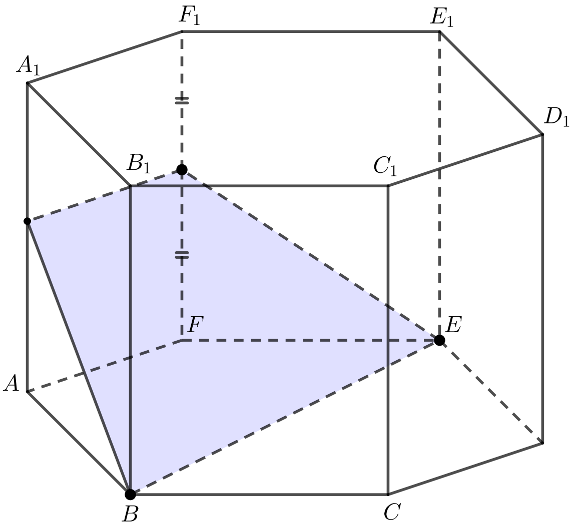
1.



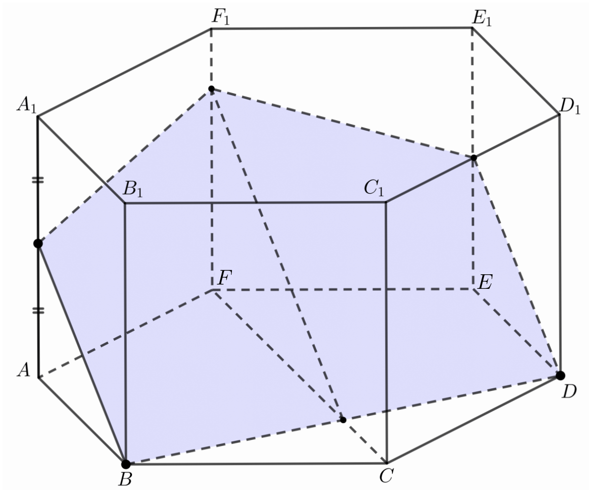

2.



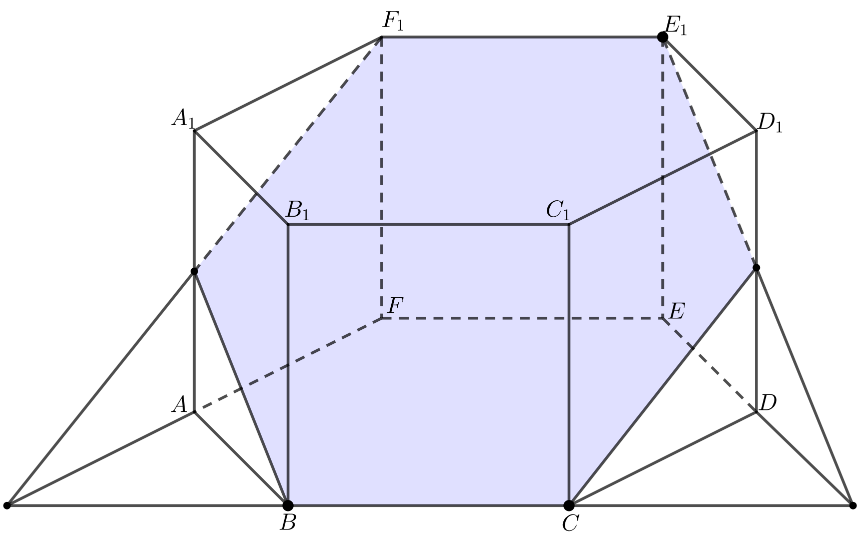

3.



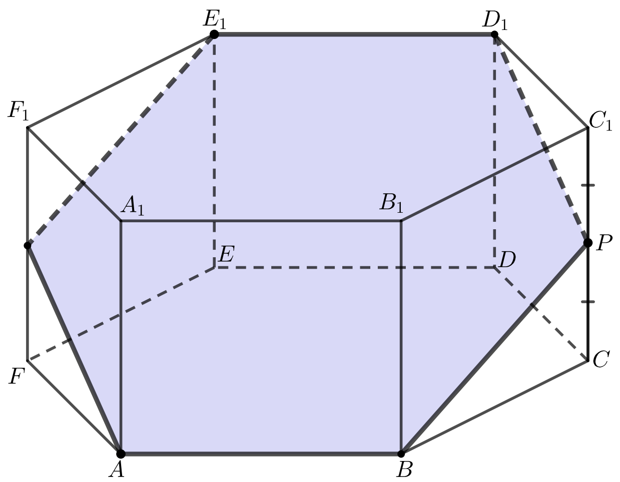

4.



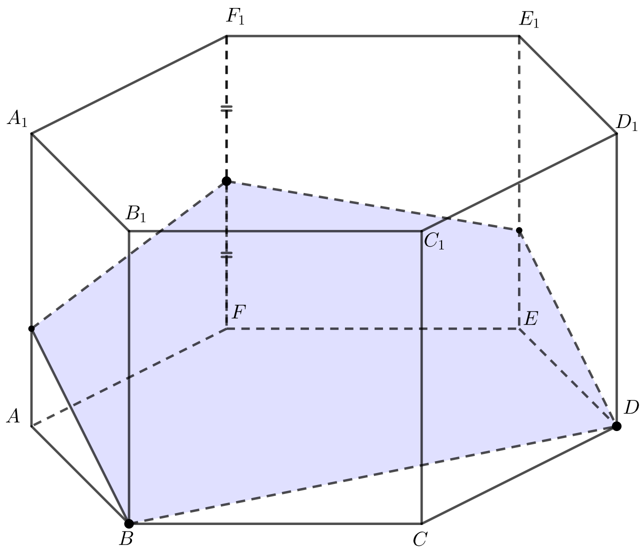

5.



6.

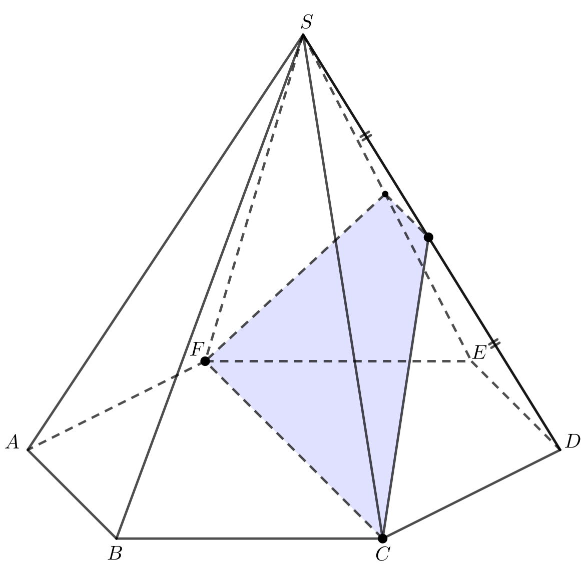



7.

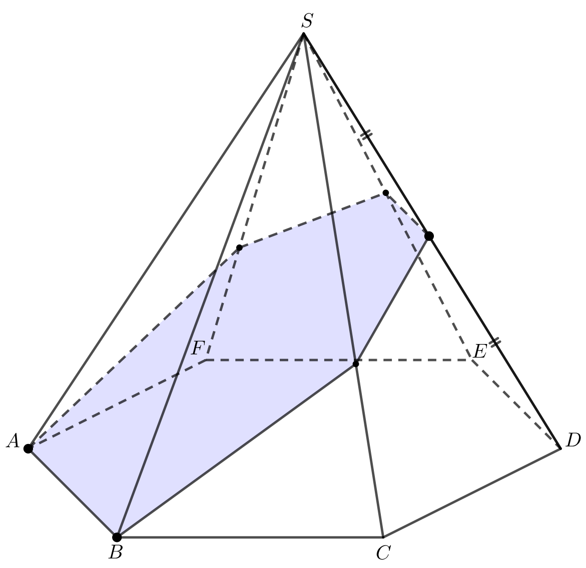



**Задание 3**

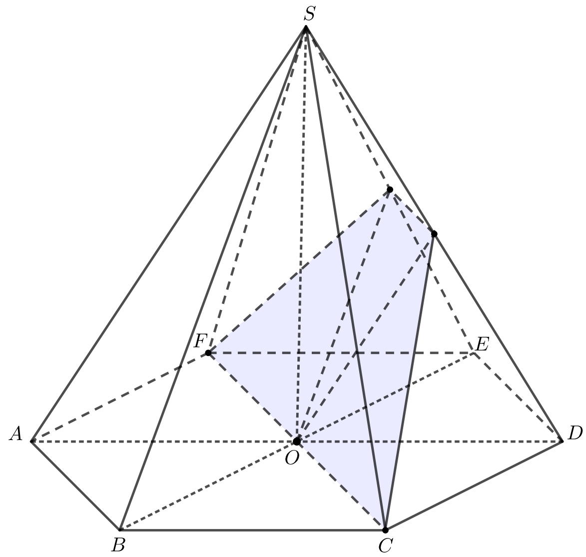
1.



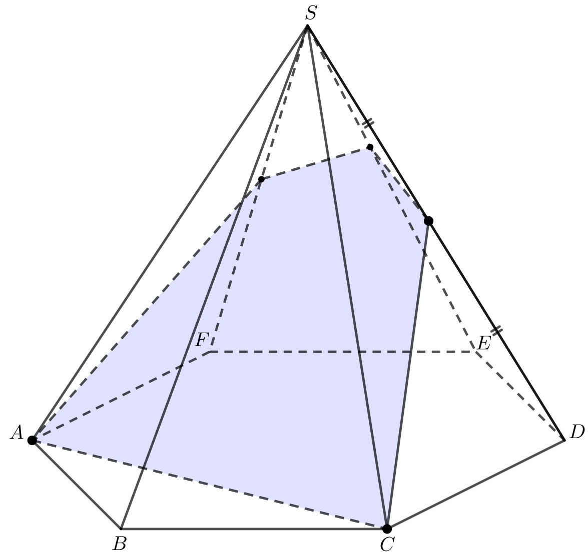

2.



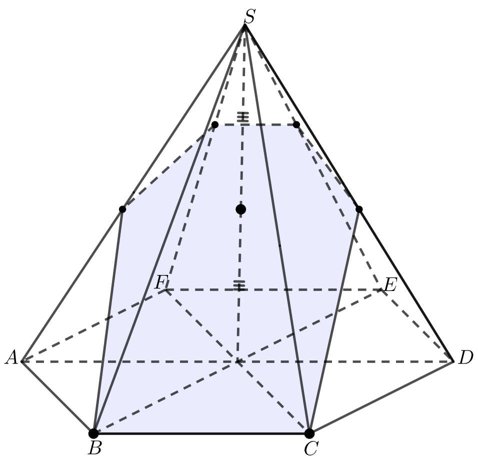
3.



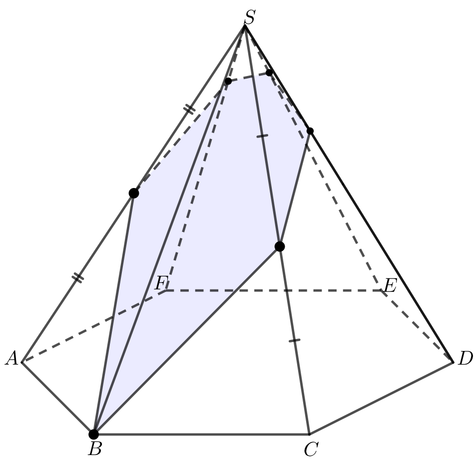

4.




5.




6.




## Отрезок, делящийся плоскостью

1. $1 : 2$, считая от точки $M$;
2. $1 : 1$;
3. $3 : 1$, считая от точки $D$;
4. $2 : 1$, считая от точки $S$;
5. $2 : 1$, считая от точки $B_1$;
6. $1 : 1$;
7. $1 : 2$, считая от точки $S$;
8. $6 : 5$, считая от точки $A$.