профиматика

Математика | Русский язык | Физика | Информатика

Задача 16 профильного ЕГЭ по математике

тут можете держать
с нами мной связь, получать
бесплатные матемриалы.
методички и разборы

Содержание

1 Часть 1. Подготовительные задачи.

В экономических задачах часто встречается необходимость находить процент от числа. Давайте вспомним, как это делается.

▶ **Пример 1:**

У Веры было $1\,200$ рублей. $18\,\%$ от этой суммы она потратила на блочную тетрадь. Какую сумму Вера потратила на тетрадь?

Решение:

$1\,\%$ — это $\dfrac{1}{100}$ часть числа. Для того, чтобы найти 18 процентов от числа, нужно это число умножить на $\dfrac{18}{100}$:

$$\frac{18}{100}\cdot 1\,200 = 216\,(\text{рублей}).$$

Ответ: 216 рублей.

Теперь рассмотрим вопрос увеличения числа на некоторое число процентов.

▶ **Пример 2:**

Егор открыл вклад в банке на сумму $2\,000$ рублей на один год. В конце года банк увеличивает сумму, лежащую на вкладе, на $23\,\%$. Какая сумма будет на вкладе после начисления процентов?

Решение:

Найдём сумму после начисления процентов двумя способами.

1 способ:

1) Найдем $23\,\%$ от вложенной суммы: $\dfrac{23}{100}\cdot 2\,000 = 460$ рублей.

2) Прибавим начисленные проценты к вложенной сумме: $2\,000 + 460 = 2\,460$ рублей.

2 способ:

Найдём сумму на вкладе, сразу прибавив к исходной сумме $23\,\%$ от нее:

$$2\,000 + \frac{23}{100}\cdot 2\,000 = \left(1 + \frac{23}{100}\right)\cdot 2\,000 = 1{,}23\cdot 2\,000 = 2\,460\,\text{рублей}.$$

Ответ: $2\,460$ рублей.

То есть для того, чтобы к числу прибавить $23\,\%$ от него, можно умножить это число на $1+\dfrac{23}{100} = 1{,}23$. Чтобы увеличить число на $r\,\%$, можно его умножить на $1+\dfrac{r}{100}$. Рассмотрим пример решения задачи с использованием этого множителя.

▶ Пример 3:

Холодильник стоит 15 000 рублей. Сколько он будет стоить после увеличения цены на 27 %?

Решение:

$$\left(1+\frac{27}{100}\right)\cdot 15\,000 = 1{,}27\cdot 15\,000 = 19\,050\,\text{рублей.}$$

Ответ: 19 050 рублей.

Этот подход работает и в случае уменьшения числа на определённое количество процентов. Например, для того, чтобы уменьшить число на 45 %, нужно умножить его на $1-\frac{45}{100}=0{,}55$.

▶ Пример 4:

В среду акции компании подешевели на некоторое число процентов, а в четверг подорожали на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 9 % дешевле, чем при открытии торгов в среду. На сколько процентов подешевели акции компании в среду?

Решение:

Пусть в среду утром акции компании стоили S рублей и подешевели на x %, тогда их цена изменилась в $1-\frac{x}{100}$ раз и стала равна $\left(1-\frac{x}{100}\right)S$ рублей.
В четверг новая цена повысилась на x %, то есть увеличилась в $1+\frac{x}{100}$ раз и стала равна $\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{x}{100}\right)S$ рублей. Поскольку после двух изменений она уменьшилась на 9 %, то есть стала равна $0{,}91S$ рублей, составляем уравнение:

$$\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{x}{100}\right)S = 0{,}91S;$$

$$1-\left(\frac{x}{100}\right)^2 = 0{,}91;$$

$$\left(\frac{x}{100}\right)^2 = 0{,}09;$$

$$\frac{x}{100} = 0{,}3;$$

$$x = 30.$$

Акции компании подешевели в среду на 30 %.

Ответ: 30.

Удобство расчёта увеличения числа на $r\%$ методом умножения на коэффициент $1+\frac{r}{100}$ особенно хорошо видно при работе с аннуитетными платежами, которые будут рассмотрены в следующей главе.

Задачи для самостоятельного решения

Задание 1

До снижения цены товар стоил 2 700 рублей, а после снижения стал стоить 2 322 рубля. На сколько процентов была снижена цена товара?

Задание 2

Андрей Петрович взял кредит в банке под 35 % годовых. Через год банк начислил проценты на сумму долга, после чего Андрей Петрович погасил долг полностью, заплатив 81 000 рублей. Какую сумму он взял в кредит?

Задание 3

В 2008 году в городском квартале проживало 40 000 человек. В 2009 году в результате строительства новых домов число жителей выросло на 8 %, а в 2010 году — на 9 % по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Задание 4

Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если выставленный на продажу за 20 000 рублей, он через два года был продан за 15 842 рубля.

Задание 5

В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4 % дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

2 Часть 2. Задачи на аннуитетные платежи.

Кредит — это деньги, которые можно взять в долг у банка. За пользование кредитом банк ежегодно или ежемесячно начисляет на долг проценты, то есть умножает сумму долга на коэффициент, рассмотренный в предыдущей главе. После этого человек совершает выплату и этим уменьшает сумму долга. Каждый последующий год (или месяц, в зависимости от условий задачи) всё повторяется — банк начисляет проценты на оставшийся долг, а потом заёмщик выплачивает часть долга, уменьшая его. Это происходит до тех пор, пока долг не будет полностью погашен.

Аннуитетная схема выплат по кредиту означает, что погашение долга происходит равными суммами. То есть каждый год банк начисляет на долг проценты, а затем заёмщик вносит определённую сумму для погашения долга, и эта сумма одна и та же каждый год. В задачах с ежемесячным погашением происходит всё то же самое, но не каждый год, а каждый месяц.

Для более подробного изучения этой схемы рассмотрим задачу:

▶ **Пример 1:**

Борис взял кредит в банке на два года под $20\,\%$ годовых. В конце каждого года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, после чего Борис вносит платёж, равный $720\,000$ рублей. Какую сумму Борис взял в кредит?

Решение:

В условии описана типичная аннуитетная схема погашения кредита. Для того, чтобы наши выкладки не были перегружены числами, введём буквенные обозначения для известных и неизвестных величин и после этого перейдём к составлению математической модели.

Обозначим за $x = 720\,000$ рублей ежегодную выплату, за S рублей — сумму, взятую в кредит. Каждый год банк начисляет $20\,\%$ на сумму долга, то есть увеличивает его в $k = 1 + \dfrac{20}{100} = 1{,}2$ раза, затем заёмщик производит очередную выплату размером x рублей.

Математическую модель построим в виде таблицы, в которую запишем последовательно все процессы, происходящие с суммой кредита.

В начале первого года сумма кредита до начисления процентов равна S. В конце первого года банк увеличивает сумму долга в k раз, после чего заёмщик вносит x рублей для уменьшения суммы долга. Внесём все эти этапы в таблицу:

Год	Долг до начисления %	Долг после начисления %	Выплата	Долг после выплаты
1	S	kS	x	$kS - x$

В начале второго года сумма кредита равна уже $kS - x$ (результат операций за первый год), и схема повторяется:

Год	Долг до начисления %	Долг после начисления %	Выплата	Долг после выплаты
2	$kS - x$	$(kS - x)k$	x	$(kS - x)k - x$

Теперь запишем таблицу целиком:

Год	Долг до начисления %	Долг после начисления %	Выплата	Долг после выплаты
1	S	kS	x	$kS - x$
2	$kS - x$	$(kS - x)k$	x	$(kS - x)k - x$

Кредит был выплачен полностью за два года, а значит, сумма долга после выплаты в конце второго года (выделена зелёным в таблице) равна нулю. Запишем уравнение:

$$(kS - x)k - x = 0.$$

На этом составление математической модели задачи завершено, остаётся решить уравнение для S:

$$\begin{gathered}(kS - x)k - x = 0;\\ k^2S - kx - x = 0;\\ k^2S = kx + x;\\ k^2S = (k+1)x;\\ S = \frac{(k+1)x}{k^2}.\end{gathered}$$

Подставим числа в уравнение, записав k в виде обыкновенной дроби для упрощения расчётов $\left(k = 1{,}2 = \dfrac{6}{5}\right)$:

$$S = \frac{\left(\frac{6}{5} + 1\right) \cdot 720\,000}{\left(\frac{6}{5}\right)^2} = \frac{11}{5} \cdot 720\,000 : \frac{36}{25} = \frac{11}{5} \cdot \frac{25}{36} \cdot 720\,000 = \frac{55}{36} \cdot 720\,000 = 1\,100\,000 \text{ (рублей)}.$$

Ответ: 1 100 000 рублей.

Теперь рассмотрим более сложную задачу, с бóльшим сроком погашения.

▶ **Пример 2:**

Заёмщик взял в кредит 3 310 000 рублей на 3 года под 10 % годовых. В конце каждого года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, после чего заёмщик вносит платёж. Найдите величину ежегодного платежа, если известно, что долг был полностью погашен тремя равными платежами.

Решение:

Обозначим величину ежегодного платежа за x рублей, а сумму кредита за S рублей.

Каждый год банк начисляет 10 % на сумму долга, то есть увеличивает его в $k = 1 + \dfrac{10}{100} = 1{,}1$ раза, затем заёмщик производит очередную выплату размером x рублей.

Запишем процесс начисления процентов и совершения выплат в виде таблицы:

Год	Долг до начисления %	Долг после начисления %	Выплата	Долг после выплаты
1	S	kS	x	$kS - x$
2	$kS - x$	$(kS - x)k$	x	$(kS - x)k - x$
3	$(kS - x)k - x$	$((kS - x)k - x)k$	x	$((kS - x)k - x)k - x$

Нам известно, что за три года кредит был выплачен полностью. Значит, после выплаты в конце третьего года сумма долга стала равной нулю, откуда получаем уравнение:

$$((kS - x)k - x)k - x = 0;$$

$$k^3S - k^2x - kx - x = 0.$$

В этой задаче нам нужно найти размер выплаты x. Выразим её из уравнения:

$$k^2x + kx + x = k^3S;$$

$$(k^2 + k + 1)x = k^3S;$$

$$x = \frac{k^3S}{k^2 + k + 1}.$$

Для упрощения расчётов удобно подставлять k в виде обыкновенной дроби:

$$x = \frac{\left(\frac{11}{10}\right)^3 S}{\left(\frac{11}{10}\right)^2 + \frac{11}{10} + 1} = \frac{\frac{11^3}{10^3}S}{\frac{121}{100} + \frac{11}{10} + 1} = S \cdot \frac{11^3}{10^3} : \frac{121 + 110 + 100}{100} = S \cdot \frac{11^3}{10^3} \cdot \frac{100}{331} =$$

$$= \frac{3\,310\,000 \cdot 1\,331}{10 \cdot 331} = 1\,331\,000 \text{ (рублей)}.$$

Ответ: 1 331 000 рублей.

Задачи для самостоятельного решения

Задание 1

Мария взяла кредит в банке на сумму 488 000 рублей по ставке 25 % годовых. В конце каждого года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму кредита, после чего Мария вносит 250 000 рублей для его погашения.

а) Сколько рублей составит сумма долга сразу после первого начисления процентов?
б) Какой станет сумма долга сразу после первой выплаты Марии?
в) Сколько рублей составит сумма долга сразу после второго начисления процентов?
г) Какой станет сумма долга сразу после второй выплаты Марии?
д) Что произойдёт в конце третьего года после начисления банком процентов и совершения Марией выплаты?
е) Сколько рублей составит переплата по кредиту за весь срок?

Видеоразбор задачи

Задание 2

В июле 2022 года планируется взять кредит в банке на сумму 550 000 рублей. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за 2 года)?

Видеоразбор задачи

Задание 3

В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 2,16 млн рублей.
Сколько млн рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за 3 года)?

Видеоразбор задачи

Задание 4

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года), и общая сумма выплат после полного погашения кредита будет на 48 250 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Видеоразбор задачи

Задание 5

В июле планируется взять кредит на сумму 8 052 000 рублей. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.
Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года)?

Видеоразбор задачи

Задание 6

В июле планируется взять кредит на сумму 4 026 000 рублей. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом прошлого года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.
На сколько рублей больше придется отдать в случае, если кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за 2 года)?

Видеоразбор задачи

Задание 7

В августе 2017 года взяли кредит. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на $r\,\%$;
— с февраля по июль необходимо выплатить часть долга.
Кредит можно выплатить за три года равными платежами по 38 016 рублей или за два года равными платежами по 52 416 рублей. Найдите r.

Видеоразбор задачи

Задание 8

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на $r\,\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
Если ежегодно выплачивать по 58 564 рублей, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рублей, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r.

Видеоразбор задачи

3 Часть 3. Более сложные задачи на аннуитетную схему выплат.

В ряде задач кредит гасится аннуитетными платежами только часть срока, а остальная часть выплачивается по иной схеме.

Рассмотрим примеры решения таких задач.

▶ **Пример 1:**

В июле 2027 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
Найдите сумму кредита, если известно, что кредит будет полностью выплачен за 3 года, причем в первый и второй год будет выплачено по 400 тыс. руб, а в третий — 412,8 тыс. руб.

Решение:

Схема выплат очень похожа на аннуитетную, каждый год банк начисляет на долг проценты, а потом заёмщик выплачивает фиксированную сумму. Различие состоит в том, что в этой задаче равные суммы выплачиваются только первые два года, а на третий год сумма отличается.

Обозначим величину ежегодного платежа в первые два года за x тыс. рублей, величину платежа за третий год за y тыс.рублей, а сумму кредита за S тыс. рублей. Каждый год банк начисляет 20 % на сумму долга, то есть увеличивает его в $k = 1 + \dfrac{20}{100} = 1{,}2$ раза, затем заёмщик производит очередную выплату.

Занесём данные в уже знакомую таблицу (в тыс.рублей):

Год	Долг до начисления %	Долг после начисления %	Выплата	Долг после выплаты
1	S	kS	x	$kS - x$
2	$kS - x$	$(kS - x)k$	x	$(kS - x)k - x$
3	$(kS - x)k - x$	$((kS - x)k - x)k$	y	$((kS - x)k - x)k - y$

Нам известно, что за три года кредит был выплачен полностью. Значит, после выплаты в конце третьего года сумма долга стала равной нулю, откуда получаем уравнение:

$$((kS - x)k - x)k - y = 0;$$

$$k^3S - k^2x - kx - y = 0.$$

В этой задаче нам нужно найти сумму кредита S. Выразим её из уравнения:

$$k^3 S = k^2 x + kx + y;$$

$$S = \frac{(k^2+k)x+y}{k^3}.$$

Для упрощения расчётов удобно подставлять k в виде обыкновенной дроби:

$$S = \frac{\left(\left(\frac{6}{5}\right)^2 + \frac{6}{5}\right)\cdot 400 + 412{,}8}{\left(\frac{6}{5}\right)^3} = \left(\frac{66}{25}\cdot 400 + 412{,}8\right)\cdot\frac{5^3}{6^3} = 1\,468{,}8\cdot\frac{125}{216} = 850\ (\text{тыс.руб.})$$

Ответ: 850 000 рублей.

▶ Пример 2:

Планируется выдать кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 10 % по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 11 млн рублей.

Решение:
Обозначим величину ежегодного платежа в последние два года за x млн рублей, а сумму кредита за S млн рублей. Каждый год банк начисляет 10 % на сумму долга, то есть увеличивает его в $k = 1 + \frac{10}{100} = 1{,}1$ раза.

Первые три года выплачиваются только проценты, 10 % от S млн рублей каждый год, то есть $0{,}1S$ млн рублей, а за последние два года заёмщик гасит весь кредит по аннуитетной схеме, двумя равными платежами по x млн рублей.

Занесём данные в таблицу (в млн рублей):

Год	Долг до начисления %	Долг после начисления %	Выплата	Долг после выплаты
1	S	kS	$0{,}1S$	S
2	S	kS	$0{,}1S$	S
3	S	kS	$0{,}1S$	S
4	S	kS	x	$kS - x$
5	$kS - x$	$(kS - x)k$	x	$(kS - x)k - x$

Общая сумма выплат равна $0{,}3S + 2x$. По условию задачи она должна быть меньше 11 млн рублей:

$$0{,}3S + 2x < 11.$$

Найдём x из условия, что в конце пятого года долг был выплачен полностью:

$$(kS - x)k - x = 0;$$
$$kx + x = k^2S;$$
$$x = \frac{k^2S}{k+1}.$$

Подставим значение x в неравенство:

$$0{,}3S + \frac{2k^2S}{k+1} < 11;$$
$$0{,}3S + \frac{2 \cdot 1{,}21 \cdot S}{2{,}1} < 11;$$
$$0{,}63S + 2{,}42S < 23{,}1;$$
$$3{,}05S < 23{,}1;$$
$$S < \frac{2310}{305};$$
$$S < 7\frac{35}{61}.$$

По условию задачи в кредит взяли целое число млн рублей, значит, наибольший размер кредита равен 7 млн рублей.

Ответ: 7 000 000 рублей.

Задачи для самостоятельного решения

Задание 1

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 300 000 рублей. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на $r\,\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
Найдите r, если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причём в первый год будет выплачено 260 000 рублей, а во второй год — 169 000 рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 2

В июле 2022 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на $20\,\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
Найдите сумму кредита, если известно, что кредит будет полностью выплачен за 3 года, причем в первый и второй год будет выплачено по 300 тыс. руб., а в третий — 417,6 тыс. руб.

Видеоразбор задачи

Задание 3

В июле 2027 года планируется взять кредит на три года в размере 1 200 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг будет возрастать на $10\,\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
— платежи в 2028 и 2029 годах должны быть равными;
— к июлю 2030 года долг должен быть выплачен полностью.
Известно, что платёж в 2030 году составит 673,2 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2028 году?

Видеоразбор задачи

Задание 4

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере S тыс рублей. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле 2017, 2018 и 2019 года долг остаётся равным S тыс. рублей;
— выплаты в 2020 и 2021 годах равны по 360 тыс. рублей;
— к июлю 2021 года долг будет выплачен полностью.
Найдите общую сумму выплат за пять лет.

Видеоразбор задачи

Задание 5

В июле 2016 года планируется взять кредит в размере 4,2 млн рублей. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
— в июле 2017, 2018 и 2019 годов долг остаётся равным 4,2 млн рублей;
— суммы выплат 2020 и 2021 годов равны.
Найдите r, если к июлю 2021 года долг будет выплачен полностью, и общие выплаты составят 6,1 млн рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 6

Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20 % по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 7 млн рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 7

Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на $20\,\%$ по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5- го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика превысит 10 млн рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 8

В кредит взяли 220 тыс. рублей на 5 лет под $r\,\%$ годовых. По условиям кредита на конец каждого из первых трех лет задолженность остается неизменной и равной 220 тысячам рублей, а выплаты последних двух лет равны. На конец пятого года кредит должен быть погашен. Найдите r, если известно, что сумма всех выплат составит 420 тысяч рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 9

В июле 2025 года планируется взять кредит в размере 720 000 рублей. Условия возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на $r\,\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
— в июле 2026, 2027 и 2028 годов долг остаётся равным 720 000 рублей;
— суммы выплат 2029 и 2030 годов равны;
— к июлю 2030 года долг выплачен полностью.
Найдите r, если общая сумма выплат за последние два года кредитования на 460 000 рублей больше общей суммы выплат за первые три года.

Видеоразбор задачи

Задание 10

Дмитрий взял кредит в банке на сумму 270 200 рублей. Схема выплат кредита такова: в конце каждого года банк увеличивает на 10 процентов оставшуюся сумму долга, а затем Дмитрий переводит в банк свой очередной платёж. Известно, что Дмитрий погасил кредит за три года, причём каждый его следующий платёж был ровно втрое больше предыдущего. Какую сумму Дмитрий заплатил в первый раз?

Видеоразбор задачи

Задание 11

15 июля 2025 года Сергей Данилович планирует взять кредит в банке на 4 года в размере целого числа миллионов рублей. Условия его возврата таковы:
— в январе каждого года действия кредита долг увеличивается на 15 % от суммы долга на конец предыдущего года;
— в период с февраля по июнь в каждый из 2026 и 2027 годов необходимо выплатить только начисленные в январе проценты по кредиту;
— в период с февраля по июнь в каждый из 2028 и 2029 годов выплачиваются равные суммы, причём последний платёж должен погасить долг по кредиту полностью.
Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат по кредиту превысит 12 млн рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 12

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 1 300 000 рублей. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
На какое минимальное количество лет можно взять кредит при условии, что ежегодные выплаты будут не более 350 000 рублей каждая?

Видеоразбор задачи

профиматика

Начни заниматься с нами уже сегодня

Преподы, которые влюбят тебя в ЕГЭ

Игорь Уколов

отец Профиматики

- Выпускник мехмата МГУ
- Лично подготовил 30+ стобалльников
- 3 раза сдал ЕГЭ на 100 баллов
- Опыт подготовки к ЕГЭ — 15 лет

С Игорем ты научишься решать быстро и качественно задачи, которые обязан решить каждый

Влад Вуль

отец корги и не только

- Диплом факультета прикладной математики МГОУ
- Обладатель многократных премий «Репетитор года» PROFI.RU
- 8 раз сдал ЕГЭ на 100 баллов
- Преподаёт математику с 2006 года

С Владом ты поймёшь все самые сложные задачи ЕГЭ. Объясняет математику предельно понятно. Ты будешь в шоке от того, как на самом деле всё легко.

Антон Гурко

преподаватель математики

- Выпускник ВМК МГУ
- Учитель высшей категории со стажем более 10 лет
- Призёр олимпиады для учителей: «Команда большой страны»

Ведущий эксперт ЕГЭ, член конфликтной комиссии по проверке ЕГЭ по математике и рассмотрению апелляций

Ещё больше полезных методичек в нашем Telegram-канале

Отзывы о школе

4 Часть 4. Задачи на дифференцированные платежи.

Существует другая схема выплаты кредита, дифференцированными платежами. В этой схеме платежи подбираются так, чтобы сумма долга после каждой выплаты уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый год (или месяц, в зависимости от условий задачи).

Сначала рассмотрим эту схему без начисления процентов.

▶ **Пример 1:**

Ивану не хватало 100 000 рублей на покупку горного велосипеда, и он одолжил эти деньги у друга. Они договорились, что в течение пяти месяцев Иван будет возвращать деньги ежемесячно так, чтобы долг уменьшался равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму останется должен другу Иван после третьей выплаты?

Решение:

Разделим долг Ивана на пять равных частей по $\dfrac{100}{5} = 20$ тысяч рублей:

20	20	20	20	20

Каждый месяц Иван будет возвращать другу 20 тысяч рублей, и долг будет уменьшаться равномерно. Долг, оставшийся после каждой выплаты, показан в таблице:

Месяц	Долг после выплаты
1	20 | 20 | 20 | 20
2	20 | 20 | 20
3	20 | 20
4	20
5	Долг выплачен полностью

По таблице мы видим, что долг после третьей выплаты (то есть долг после выплаты в третьем месяце) будет равен 40 тыс. рублей.

Ответ: 40 000 рублей.

Теперь рассмотрим эту схему в случае банковского кредита. Банк будет начислять проценты за каждый месяц или год пользования кредитом, пока заёмщик не погасит весь долг.

▶ Пример 2:

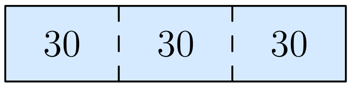
Александр тоже хочет купить горный велосипед. Ему не хватает на покупку 90 000 рублей, но у него нет друга, который может одолжить ему эти деньги. Он идёт в банк и берёт кредит на три месяца. Каждый месяц перед выплатой банк будет увеличивать сумму долга на 20 %, после чего Александр будет вносить очередной платёж. После каждой выплаты Александра сумма долга должна уменьшаться на одну и ту же величину по сравнению с предыдущим месяцем.

а) Какой будет общая сумма выплат банку за весь срок кредитования?
б) Сколько рублей составит переплата по кредиту?

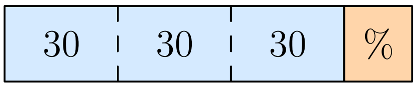
Решение:

Сумма долга после каждой выплаты Александра должна уменьшаться равномерно, то есть каждый месяц она должна быть на $\dfrac{90}{3} = 30$ тыс. рублей меньше, чем в предыдущий. То есть после первой выплаты сумма долга должна стать равной 60 тыс. рублей, после второй — 30 тыс. рублей, а после третьей долг должен быть выплачен полностью.

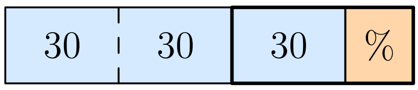
Первоначальная сумма долга, разбитая на части по 30 тысяч рублей:



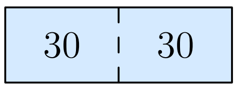
В первый месяц банк увеличивает сумму на 20 % (то есть на $0{,}2 \cdot 90 = 18$ тыс.рублей):



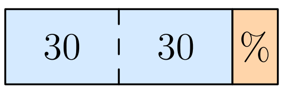
Александру нужно, чтобы после его выплаты осталось 60 тыс. рублей долга. Тогда ему нужно выплатить все начисленные проценты и одну часть, равную 30 тыс. рублей.
То, что он должен выплатить, обведено жирной линией:



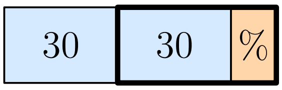
После первой выплаты остаётся долг в 60 тыс.рублей:



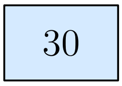
Во втором месяце банк снова начисляет 20 % на оставшуюся сумму долга ($0{,}2 \cdot 60 = 12$ тыс. рублей):



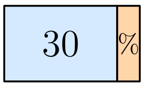
Теперь Александру снова нужно выплатить часть основного долга и начисленные проценты:



Оставшийся после выплаты долг — это одна часть, равная 30 тыс.рублей:



Банк снова начисляет проценты, уже на новый долг ($0{,}2 \cdot 30 = 6$ тыс. рублей):



После этого Александр выплачивает оставшуюся часть основного долга и проценты, и кредит закрыт.

Каждая следующая выплата Александра будет меньше предыдущей, так как сумма начисленных банком процентов будет уменьшаться с уменьшением суммы долга.

Переплата банку равна сумме уплаченных процентов: $18 + 12 + 6 = 36$ тыс. рублей, а полная сумма выплат будет равна сумме долга плюс переплата по процентам: $90 + 36 = 126$ тыс. рублей.

Ответ:

а) общая сумма выплат составит 126 тыс. рублей;
б) переплата по кредиту составит 36 тыс. рублей.

Решим задачу с более сложными условиями.

▶ Пример 3:

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 1,2 млн рублей на 5 лет. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

а) Сколько млн рублей составит выплата за третий год?
б) Сколько млн рублей составит общая сумма выплат после погашения кредита?

Решение:

Обозначим исходную сумму кредита за $S = 1{,}2$ млн рублей. Каждый год на оставшуюся сумму долга будет начисляться 20 %, то есть 0,2 этой суммы.

Сумма долга должна после каждой выплаты уменьшаться на $\dfrac{S}{5}$ по сравнению с суммой долга в предыдущем периоде.

Составим таблицу (в млн рублей), в которой отразим сумму долга до начисления процентов, начисляемый процент, выплату в двух частях (одна гасит проценты, другая уменьшает основной долг) и сумму долга после каждой выплаты:

Год	Долг до начисления %	%	Выплата: Осн.долг	Выплата: %	Долг после выплаты
1	S	$0{,}2 \cdot S$	$\frac{S}{5}$	$0{,}2 \cdot S$	$\frac{4}{5} \cdot S$
2	$\frac{4}{5} \cdot S$	$0{,}2 \cdot \frac{4}{5} \cdot S$	$\frac{S}{5}$	$0{,}2 \cdot \frac{4}{5} \cdot S$	$\frac{3}{5} \cdot S$
3	$\frac{3}{5} \cdot S$	$0{,}2 \cdot \frac{3}{5} \cdot S$	$\frac{S}{5}$	$0{,}2 \cdot \frac{3}{5} \cdot S$	$\frac{2}{5} \cdot S$
4	$\frac{2}{5} \cdot S$	$0{,}2 \cdot \frac{2}{5} \cdot S$	$\frac{S}{5}$	$0{,}2 \cdot \frac{2}{5} \cdot S$	$\frac{1}{5} \cdot S$
5	$\frac{1}{5} \cdot S$	$0{,}2 \cdot \frac{1}{5} \cdot S$	$\frac{S}{5}$	$0{,}2 \cdot \frac{1}{5} \cdot S$	0

Для нахождения выплаты за третий год сложим её части из таблицы:

$$S_3 = \frac{S}{5} + 0{,}2 \cdot \frac{3}{5}S = 0{,}2S + 0{,}12S = 0{,}32S = 0{,}32 \cdot 1{,}2 = 0{,}384 \,(\text{млн руб}).$$

Чтобы найти общую сумму выплат, нужно сложить все выплаты. Сумма частей основного долга (голубой столбец) даст просто основной долг S. Числа в оранжевом столбце процентов составляют арифметическую прогрессию. Сложим их:

$$0{,}2 \cdot S + 0{,}2 \cdot \frac{4}{5}S + 0{,}2 \cdot \frac{3}{5}S + 0{,}2 \cdot \frac{2}{5}S + 0{,}2 \cdot \frac{1}{5}S = \frac{0{,}2 \cdot S}{5} \cdot (5 + 4 + 3 + 2 + 1).$$

Применим формулу суммы арифметической прогрессии к выражению в скобках:

$$\frac{0{,}2S}{5} \cdot (5 + 4 + 3 + 2 + 1) = \frac{0{,}2S}{5} \cdot \frac{(1 + 5) \cdot 5}{2} = 0{,}6S.$$

Находим общую сумму выплат, складывая выплаты основного долга и выплаты процентов:

$$S_{\text{вып}} = S + 0{,}6S = 1{,}6S = 1{,}6 \cdot 1{,}2 = 1{,}92 \,(\text{млн руб}).$$

Ответ:

а) выплата за третий год составит 0,384 млн рублей;
б) общая сумма выплат за весь срок составит 1,92 млн рублей.

Задачи для самостоятельного решения

Задание 1

15 января планируется взять кредит в банке на сумму 500 000 рублей на 4 месяца. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-ого по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

а) Сколько рублей составит первый платёж?
б) Сколько рублей составит последний платёж?
в) На сколько рублей второй платёж превосходит третий?
г) Какую сумму (в рублях) нужно вернуть банку за весь срок кредитования?
д) На сколько рублей увеличится сумма выплат, если взять кредит с такими же условиями на 8 месяцев?

Задание 2

Вадим хочет взять в кредит 864 500 рублей на 3 месяца. Существуют две схемы выплаты кредита:

Схема 1	— в конце каждого месяца долг увеличивается на 20 %; — затем Вадим переводит в банк фиксированную сумму; — в результате выплачивает весь долг тремя равными платежами.
Схема 2	— в конце каждого месяца долг увеличивается на 21 %; — затем уменьшается на сумму, уплаченную Вадимом; — суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась на одну и ту же величину.

Сравните общую сумму выплат по схемам 1 и 2. Какую схему выгоднее выбрать Вадиму? Сколько рублей будет составлять эта выгода?

Задание 3

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 10 млн рублей на 5 лет. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.
Сколько млн рублей составит общая сумма выплат после погашения кредита?

Видеоразбор задачи

Задание 4

Сергей взял кредит в банке на срок 9 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 12 %, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Сергеем. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Сколько процентов от суммы кредита составила сумма, уплаченная Сергеем банку сверх кредита?

Видеоразбор задачи

Задание 5

15 января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
Известно, что за 8-й месяц кредитования нужно выплатить 232 тыс. рублей.
а) какую сумму (в рублях) нужно вернуть банку за весь срок кредитования?
б) какую сумму (в рублях) планируется взять в кредит?

Видеоразбор задачи

Задание 6

Жанна взяла в банке кредит на сумму 1,2 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Жанна должна возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 2 %, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Жанной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Жанной, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Жанна вернёт банку в течение первого года кредитования?

Видеоразбор задачи

Задание 7

15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
Известно, что в течение второго года кредитования нужно вернуть банку 339 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года кредитования?

Видеоразбор задачи

Задание 8

15 января планируется взять кредит в банке на сумму 3,6 млн рублей на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-ого по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
а) Сколько рублей составит первый платёж?
б) Сколько рублей составит последний платёж?
в) На сколько рублей пятнадцатый платёж превосходит шестнадцатый?
г) Какую сумму (в рублях) нужно вернуть банку за весь срок кредитования?
д) Какую сумму (в рублях) нужно вернуть банку в течение второго года кредитования (с 13-го по 24-й месяцы)?
е) На сколько рублей увеличится сумма выплат, если взять кредит с такими же условиями на 72 месяца?

Видеоразбор задачи

Задание 9

15 января планируется взять кредит в банке на 3 года. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $1\,\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
Известно, что за 24-й месяц кредитования нужно выплатить 45,2 тыс. рублей. Сколько рублей нужно будет вернуть банку в течение всего срока кредитования?

Видеоразбор задачи

Задание 10

15-го января планируется взять кредит в банке на 49 месяцев. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $1\,\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 15-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного его погашения равнялась 2 млн рублей?
(Считайте, что округления при вычислении платежей не производятся).

Видеоразбор задачи

Задание 11

15-го января планируется взять кредит в банке на 39 месяцев. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\,\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит. Найти r.

Видеоразбор задачи

Задание 12

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на $r\,\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с июлем предыдущего года.
Найдите наименьшую возможную ставку r, если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 13

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на срок 15 лет. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на $x\,\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.
Найти x, если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,9 млн рублей, а наименьший — не менее 0,5 млн рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 14

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 28 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на $25\,\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июнь предыдущего года.
Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составляет 9 млн рублей?
(Считайте, что округления при вычислении платежей не производятся).

Видеоразбор задачи

Задание 15

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 14 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж составит 3,85 млн рублей?
(Считайте, что округления при вычислении платежей не производятся).

Видеоразбор задачи

Задание 16

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 7,5 млн рублей?

Видеоразбор задачи

Задание 17

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет был взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 40 млн рублей?

Видеоразбор задачи

Задание 18

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На какой минимальный срок следует брать кредит, чтобы наибольший годовой платеж по кредиту не превысил 1,8 млн рублей?

5 Часть 5. Задачи с таблицей.

В задачах с таблицей, как правило, дан остаток долга после каждой выплаты. Схема решения очень похожа на схему для дифференцированных платежей, только выплачиваемые каждый период части основного долга будут не равными, а в соответствии с таблицей.

Рассмотрим пример решения такой задачи.

▶ **Пример:**

В июле 2025 года планируется взять кредит на 4 года в банке в размере S тыс. рублей, где S — натуральное число. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на $10\,\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
— в июле каждого года долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2025	Июль 2026	Июль 2027	Июль 2028	Июль 2029
Долг (в тыс руб.)	S	$0{,}7S$	$0{,}5S$	$0{,}1S$	0

Найдите наименьшее значение S, при котором сумма всех выплат будет больше 900 тысяч рублей.

Решение:

По условию задачи каждый январь банк будет начислять на оставшуюся сумму долга 0,1 этой суммы.

Каждый платёж можно разделить на две части — погашение процентов и погашение части основного долга в соответствии с таблицей. Например, если мы хотим, чтобы долг к июлю 2026 года стал $0{,}7S$, то платёж должен погасить сумму $0{,}3S$ и начисленные на предыдущую сумму долга проценты.

Запишем наши рассуждения в виде таблицы (в тыс. руб.):

Год	Долг до начисления %	%	Выплата: Осн.долг	Выплата: %	Долг после выплаты
2026	S	$0{,}1S$	$0{,}3S$	$0{,}1S$	$0{,}7S$
2027	$0{,}7S$	$0{,}1\cdot 0{,}7S$	$0{,}2S$	$0{,}1\cdot 0{,}7S$	$0{,}5S$
2028	$0{,}5S$	$0{,}1\cdot 0{,}5S$	$0{,}4S$	$0{,}1\cdot 0{,}5S$	$0{,}1S$
2029	$0{,}1S$	$0{,}1\cdot 0{,}1S$	$0{,}1S$	$0{,}1\cdot 0{,}1S$	0

Сумма чисел в голубом столбце равна S, поскольку в нем отражено погашение только основного долга. Найдём общую сумму выплат, просуммировав голубой и зелёный столбцы:

$$S_{\text{вып}} = S + 0{,}1S + 0{,}1 \cdot 0{,}7S + 0{,}1 \cdot 0{,}5S + 0{,}1 \cdot 0{,}1S = S + 0{,}1S(1 + 0{,}7 + 0{,}5 + 0{,}1) = 1{,}23S.$$

По условию сумма всех выплат должна быть больше 900 тыс.рублей:

$$1{,}23S > 900;$$
$$S > \frac{900}{1{,}23};$$
$$S > \frac{90\,000}{123}$$
$$S > 731\frac{29}{41}.$$

Поскольку S – натуральное число, наименьшее возможное значение суммы кредита равно 732 тыс. рублей.

Ответ: 732 000 рублей.

Задачи для самостоятельного решения

Задание 1

В июле 2016 года планируется взять в банке кредит на 3 года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0{,}7S$	$0{,}4S$	0

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 2

В июле 2016 года планируется взять в банке кредит на 3 года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0{,}7S$	$0{,}4S$	0

Найдите наибольшее значение S, при котором разница между наибольшей и наименьшей выплатами будет меньше 1 млн рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 3

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке в размере S тыс. рублей, где S — натуральное число, на 3 года. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в тыс рублей)	S	$0{,}7S$	$0{,}4S$	0

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 4

15-го января был выдан полугодовой кредит на развитие бизнеса. В таблице представлен график его погашения.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в % от суммы кредита)	100 %	90 %	80 %	70 %	60 %	50 %	0 %

В конце каждого месяца, начиная с января, текущий долг увеличивался на 5 %, а выплаты по погашению кредита происходили в первой половине каждого месяца, начиная с февраля. На сколько процентов общая сумма выплат больше суммы самого кредита при таких условиях?

Видеоразбор задачи

Задание 5

15 января планируется взять кредит в банке на 6 месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-ого числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей:

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат меньше 1,2 млн рублей.

Видеоразбор задачи

6 Часть 6. Более сложные задачи на дифференцированные платежи.

В этом разделе собраны задачи на кредиты, в которых схема с равномерным уменьшением основного долга работает для части кредитного периода. При прочтении условия нужно прежде всего понять, какая в задаче схема выплат и как уменьшается основной долг, после чего ввести обозначения в соответствии с данными.

Рассмотрим пример решения такой задачи.

▶ **Пример:**

15 декабря планируется взять кредит в банке на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 15-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— 15-го числа 15-го месяца долг составит 400 тысяч рублей;
— к 15-му числу 16-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1 894 тысячи рублей?

Решение:

В задаче дана схема изменения долга каждый месяц. Первые 15 месяцев долг уменьшается на одну и ту же неизвестную величину, а в 16-ом месяце гасится 400 тысяч рублей основного долга. То есть основной долг можно составить из 15 одинаковых пока неизвестных сумм и 400 тыс. рублей.

Обозначим за x тыс. рублей величину, на которую уменьшается долг каждый месяц первые 15 месяцев. Тогда сумма кредита будет равна $(15x + 400)$ тыс. рублей.

Составим таблицу (в тыс. рублей), в которой отразим начисляемые проценты, выплаты и сумму долга, остающуюся после выплаты каждый месяц. Запишем её для первых трёх месяцев и последних двух, этого будет достаточно для выявления закономерностей.

Месяц	Долг до начисления %	%	Выплата: Осн.долг	Выплата: %	Долг после выплаты
1	$15x+400$	$0{,}03(15x+400)$	x	$0{,}03(15x+400)$	$14x+400$
2	$14x+400$	$0{,}03(14x+400)$	x	$0{,}03(14x+400)$	$13x+400$
3	$13x+400$	$0{,}03(13x+400)$	x	$0{,}03(13x+400)$	$12x+400$
...	...	...	...	...	...
15	$x+400$	$0{,}03(x+400)$	x	$0{,}03(x+400)$	400
16	400	$0{,}03\cdot 400$	400	$0{,}03\cdot 400$	0

Найдём общую сумму выплат, сложив столбцы выплат из таблицы, и приравняем её к 1 894 тыс. рублей:

$$15x+400+0{,}03(15x+400)+0{,}03(14x+400)+\ldots+0{,}03(x+400)+0{,}03\cdot 400=1\,894;$$

$$15x+400+0{,}03(16\cdot 400+(x+2x+\ldots+14x+15x))=1\,894.$$

В правой скобке слагаемые с x образуют арифметическую прогрессию из 15 членов. Применим формулу суммы арифметической прогрессии для расчёта:

$$15x+400+0{,}03\left(16\cdot 400+\frac{16x\cdot 15}{2}\right)=1\,894;$$

$$15x+400+0{,}03(6400+120x)=1\,894;$$

$$15x+400+192+3{,}6x=1\,894;$$

$$18{,}6x=1\,302;$$

$$x=70\,(\text{тыс. руб.}).$$

Найдём сумму кредита:

$$15x+400=15\cdot 70+400=1\,450\,(\text{тыс.руб.}).$$

Ответ: 1 450 тысяч рублей.

Задачи для самостоятельного решения

Задание 1

15 декабря планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $3\,\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на 80 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Какой долг будет 15-го числа 10-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1 198 тысяч рублей?

Видеоразбор задачи

Задание 2

15 декабря планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $1\,\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— 15-го числа 10-го месяца долг составит 300 тысяч рублей;
— к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1 388 тысяч рублей?

Видеоразбор задачи

Задание 3

15 декабря планируется взять кредит в банке на 17 месяцев. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $1\,\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 16-й долг должен быть на 50 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— к 15-му числу 17-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1 102 тысячи рублей?

Видеоразбор задачи

Задание 4

15 июля планируется взять кредит в банке на сумму 1 400 тысяч рублей на 31 месяц. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\,\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е числа каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— 15-го числа 30-го месяца долг составит 500 тысяч рублей;
— к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Найдите r, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1 989 тысяч рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 5

15 декабря планируется взять кредит в банке на сумму 900 тысяч рублей на $(n+1)$ месяц. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\,\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по n-й долг должен быть на 20 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— 15-го числа n-го месяца долг составит 300 тысяч рублей;
— к 15-му числу $(n+1)$-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Найти r, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1 272 тысячи рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 6

15 декабря планируется взять кредит в банке на сумму 700 тысяч рублей на $(n+1)$ месяц. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-ого числа каждого месяца с 1-го по n-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— 15-го числа n-го месяца долг составит 300 тысяч рублей;
— к 15-му числу $(n+1)$-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Найти n, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 755 тысяч рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 7

15 декабря планируется взять кредит в банке на сумму 600 тысяч рублей на $(n+1)$ месяц. Условия его возврата следующие:
— 1-го числа каждого месяца начисляется 3 % на остаток долга на 15-е число прошлого месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по n-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— 15-го числа n-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
— к 15-му числа $(n+1)$-го месяца долг должен быть полностью погашен.
Найти n, если общая сумма выплат составляет 852 тысячи рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 8

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 300 тыс. рублей на 6 лет. Условия его возврата таковы:
— в январе 2026, 2027 и 2028 годов долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— в январе 2029, 2030 и 2031 годов долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
— к июлю 2031 года кредит должен быть полностью погашен.
Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 498 тысяч рублей. Найдите r.

Видеоразбор задачи

Задание 9

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:
— в январе 2026, 2027, 2028 и 2029 годов долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
— в январе 2030, 2031, 2032 и 2033 годов долг возрастает на 18 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
— к июлю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.
Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1 125 тысяч рублей?

Видеоразбор задачи

Задание 10

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 800 тысяч рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг будет возрастать на $r\,\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
— в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
— в июле 2030 года долг должен составлять 200 тыс. рублей;
— в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
— к июлю 2035 года кредит должен быть выплачен полностью.
Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1 480 тыс. рублей. Найдите r.

Видеоразбор задачи

Задание 11

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 700 тысяч рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг будет возрастать на $20\,\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
— в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
— в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
— к июлю 2035 года кредит должен быть выплачен полностью.
Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1 420 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2026 году?

Видеоразбор задачи

7 Часть 7. Задачи на вклады.

В отличие от кредита, который заёмщик берёт в долг у банка, вклад — это деньги, которые клиент даёт банку во временное пользование. За это банк платит клиенту, начисляя на вклад проценты.

Если это разрешено условиями договора, клиент может пополнять вклад или снимать с него средства. От этого меняется сумма вклада, на которую банк начисляет проценты. Составление математической модели для задач на вклады происходит так же, как и в задачах на кредиты, последовательным выполнением финансовых операций (начисления процентов и пополнения вклада или снятия некоторой суммы).

Рассмотрим решение одной из таких задач.

▶ **Пример:**

Вклад планируется открыть на три года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 20 % по сравнению с его размером в начале года, и, кроме этого, в начале второго и третьего годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через три года вклад будет меньше 27 млн рублей.

Решение:

Пусть размер первоначального вклада равен S млн рублей. В конце каждого года сумма на вкладе увеличивается в $k = 1{,}2$ раза.

Решим задачу без составления таблицы с помощью последовательности рассуждений.

В конце первого года банк начислит на вклад проценты, и сумма вклада станет равна kS млн рублей.

В начале второго года клиент добавит к сумме вклада 3 млн рублей, после чего в конце года банк начислит на новую сумму вклада проценты, и она станет равна $(kS + 3)k$ млн рублей.

В начале третьего года клиент добавит к сумме вклада ещё 3 млн рублей, после чего в конце года банк опять начислит на новую сумму вклада проценты, и она станет равна $((kS + 3)k + 3)k$ млн рублей.

Поскольку известно, что вклад через три года будет меньше 27 млн рублей, составим и решим неравенство:

$$((kS + 3)k + 3)k < 27;$$
$$k^3S + 3k^2 + 3k < 27;$$

Подставим значение k в виде обыкновенной дроби, $k = 1{,}2 = \frac{6}{5}$:

$$\left(\frac{6}{5}\right)^3 S + 3 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^2 + 3 \cdot \frac{6}{5} < 27;$$
$$\frac{6^3 \cdot S}{5^3} + \frac{3 \cdot 6^2}{5^2} + \frac{3 \cdot 6}{5} < 27.$$

Умножим обе части неравенства на $\frac{125}{9}$:

$$24S + 60 + 50 < 375;$$
$$24S < 265;$$
$$S < \frac{265}{24};$$
$$S < 11\frac{1}{24}.$$

По условию задачи вклад составляет целое число миллионов рублей, значит, его наибольший размер равен 11 млн рублей.

Ответ: 11 млн рублей.

Задачи для самостоятельного решения

Задание 1

По вкладу «А» банк в конце каждого года увеличивает на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает эту сумму на 11 % в конце каждого из первых двух лет. Найдите наибольшее натуральное число процентов, начисленное за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад будет менее выгоден, чем вклад «А».

Видеоразбор задачи

Задание 2

По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 7 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов за второй и за третий годы. Найдите наименьшее значение n, при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

Видеоразбор задачи

Задание 3

По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 11 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов за второй и за третий годы. Найдите наименьшее значение n, при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

Видеоразбор задачи

Задание 4

Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года вклад увеличивается на 10 % по сравнению с его размером в начале года, и кроме этого, в начале третьего года и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на одну и ту же фиксированную сумму, равную целому числу миллионов рублей. Найдите наименьший возможный размер такой суммы, при котором через четыре года вклад станет не меньше 30 млн рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 5

Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10 % по сравнению с его размером в начале года, и кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 25 млн рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 6

Планируется открыть вклад на 4 года, положив на счет целое число миллионов рублей. В конце каждого года сумма, лежащая на вкладе, увеличивается на 10 %, а в начале третьего и четвертого года вклад пополняется на 3 миллиона рублей. Найдите наименьший первоначальный вклад, при котором начисленные проценты за весь срок будут более 5 миллионов рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 7

Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10 % по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн рублей, где x — целое число. Найдите наименьшее значение x, при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 7 млн рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 8

Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10 % по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на 10 млн рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором банк за четыре года начислит на вклад меньше 15 млн рублей.

Видеоразбор задачи

Задание 9

В регионе A среднемесячный доход на душу населения в 2014 году составлял 43 740 рублей и ежегодно увеличивался на 25 %. В регионе B среднемесячный доход на душу населения в 2014 году составлял 60 000 рублей. В течение трёх лет суммарный доход жителей региона B увеличивался на 17 % ежегодно, а население увеличивалось на m % ежегодно. В 2017 году среднемесячный доход на душу населения в регионах A и B стал одинаковым. Найдите m.

Видеоразбор задачи

Задание 10

По бизнес-плану предполагается изначально вложить в четырёхлетний проект 10 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 15 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по целому числу n млн рублей в первый и второй годы, а также по целому числу m млн рублей в третий и четвёртый годы.
Найдите наименьшие значения n и m, при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утроятся.

Видеоразбор задачи

Задание 11

По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект целое число миллионов рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 миллионов рублей в первый и второй годы, а также по 10 миллионов в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 100 миллионов, а за четыре года станут больше 170 миллионов рублей.

Видеоразбор задачи

профиматика

Мы онлайн-школа, которая сумеет подготовить к ЕГЭ с любого уровня на нужный балл, с чётким планом и без стресса! Построй свой фундамент для поступления!

90+
Набрал каждый 3-ий наш ученик

98%
Выпускников студенты топовых вузов

7500+
Учеников прошли наши годовые курсы

6 лет
Опыта подготовки к экзаменам

Преподы, которые влюбят тебя в ЕГЭ

Игорь Уколов

отец Профиматики

- Выпускник мехмата МГУ
- Лично подготовил 30+ стобалльников
- 3 раза сдал ЕГЭ на 100 баллов
- Опыт подготовки к ЕГЭ — 15 лет

С Игорем ты научишься решать быстро и качественно задачи, которые обязан решить каждый

Влад Вуль

отец корги и не только

- Диплом факультета прикладной математики МГОУ
- Обладатель многократных премий «Репетитор года» PROFI.RU
- 8 раз сдал ЕГЭ на 100 баллов
- Преподаёт математику с 2006 года

С Владом ты поймёшь все самые сложные задачи ЕГЭ. Объясняет математику предельно понятно. Ты будешь в шоке от того, как на самом деле всё легко.

Антон Гурко

преподаватель математики

- Выпускник ВМК МГУ
- Учитель высшей категории со стажем более 10 лет
- Призёр олимпиады для учителей: «Команда большой страны»

Ведущий эксперт ЕГЭ, член конфликтной комиссии по проверке ЕГЭ по математике и рассмотрению апелляций

8 Ответы

Часть 1

1. 14.
2. 60 000 рублей.
3. 47 088.
4. 11.
5. 20.

Часть 2

1. а) 610 000;
   б) 360 000 рублей;
   в) 450 000;
   г) 200 000 рублей;
   д) кредит будет выплачен полностью;
   е) 262 000.
2. 720 000.
3. 4,55.
4. 162 000.
5. 3 110 400.
6. 950 400.
7. 20.
8. 10.

Часть 3

1. 30.
2. 700 000 рублей.
3. 400 000.
4. 1 050 000 рублей.
5. 10.
6. 3 млн рублей.
7. 6 млн рублей.
8. 20.
9. 25.
10. 26 620 рублей.
11. 8 млн рублей.
12. 5.

Часть 4

1. а) 135 000;
   б) 127 500;
   в) 2 500;
   г) 525 000;
   д) 20 000.
2. Выгоднее вторая схема, 3 610 рублей.
3. 13.
4. 60.
5. а) 3 480 000;
   б) 3 000 000.
6. 822 000 рублей.
7. 411 000 рублей.
8. а) 136 000;
   б) 101 000;
   в) 1 000;
   г) 4 266 000;
   д) 1 422 000;
   е) 648 000.
9. 1 706 400.
10. 1,6 млн рублей.
11. 1.
12. 17.
13. 25.
14. 80,5 млн рублей.
15. 17,5 млн рублей.
16. 4.
17. 11.
18. 10.

Часть 5

1. 11.
2. 13.
3. 200.
4. 22,5.
5. 7.

Часть 6

1. 200 тысяч рублей.
2. 1 300 000 рублей.
3. 1 миллион рублей.
4. 2.
5. 2.
6. 10.
7. 20.
8. 16.
9. 600 тыс. рублей.
10. 20.
11. 220 000.

Часть 7

1. 8.
2. 12.
3. 25.
4. 7 млн рублей.
5. 12 млн рублей.
6. 9 млн руб.
7. 8.
8. 25 миллионов рублей.
9. 4.
10. 4 и 1 млн руб.
11. 41 млн рублей.